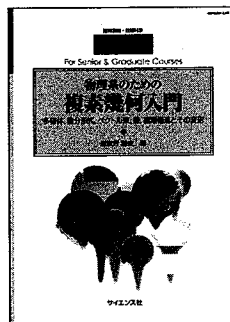


物理系のための 複素幾何入門

多様体、微分形式、ベクトル束、層、複素構造とその変形

秦泉寺雅夫著、B5判、232頁、本体2454円、サイエンス社



物理の研究をしていると、さまざまな進んだ数学に触れる機会が多くある。例えば多様体論や位相幾何学などは、宇宙論や超弦理論などの研究にはもちろん欠かせないのであるが、最近ではK理論やベクトル束のトポロジーなどが物性理論でも使われるそうである。

数学を本職とする人々とは違って、物理系の人々は同業者の研究成果を通じて数学の知識を仕入れ、言わば見よう見まねで習得するようなどころがある。私も普段は本格的な数学書でじっくりと勉強することを極力避けて済ませているのだが、こんな適当な学び方で良いのか、と不安になることもある。

さて、著者の秦泉寺氏は、位相的弦理論を通じてカラビ-ヤウ多様体の幾何を研究する傍ら、北海道大学数学科で長らく講義を担当してこられた。本書はその講義内容をもとにした、物理系の人々のための複素幾何学の入門書である。まえがきによると、数学者と物理学者の間にある物事を学ぶ姿勢の違いに日頃から注意しながらも、実践的に学ぶ物理流を取り入れるよう心掛けているそうである。そんなわけで、本書は数学の入門書ではあるけれども、定理や命題を一つ一つ順番に理解しないと先に進めないような堅い感じはなく、物理系の人々に十分読みやすく書かれている。

それぞれの章の内容と特色を見てみよう。第1章は多様体・ホモロジー・コホモロジーなどの基礎的な概念の解説である。多様体の一般的定義をいきなり提示せずに、判りやすいガウスの曲面論から出発し、曲面が $\mathbb{R}^3$ の中にあるという前提を取り除くことで一般的定義にゆっくり到達するあたりは、普通の数学書にはない優しさである。ホモロジーの紹介では、球面 S^n や実射影空間 $\mathbb{R}P^n$ の胞体分割が詳しく説明され、ホモロジー群の求め方を具体例で学ぶことができる。後半ではリーマン幾何も取り上げられており、一般相対論の中で著者自らが理解しづかった点を数学的に解説し直している箇所も見られる。

第2章は正則関数と複素多様体の解説である。ここでは $\mathbb{C}P^n$ やその中の k 次超曲面、グラスマン多様体など物理学でもおなじみの空間について詳しく論じら

れているのが有難い。また、正則関数のもつ剛性(局所的な振舞いから大域的な振舞いが決まってしまう性質)の重要性を力説した段落があり、物理系の読者に向けた気配りが感じられる。

第3章では正則ベクトル束やチャーン類、層のコホモロジー、リーマン-ロッホ-ヒルツェブルフの定理などが解説されるのだが、ここでもまず初学者に向けて、位相的に非自明なベクトル束が多様体に空いた「穴」に沿ってねじれているイメージが丁寧に説明されている。チャーン類などの解説は非常に実用的で、例えば色んな代数多様体のカラビ-ヤウ条件を議論できるようになるには十分な内容である。ガウス-ボンネの定理はこの章までに形を変えて3回紹介されるのだが、段々と高度な内容を学んできたことが実感できる道標の役割を果たしている。

最後の第4章は複素構造の変形理論の概略の紹介である。2つの多様体が多様体としては同じだが複素多様体としては異なる、ということの意味をまずしっかりと確認したのち、 $\mathbb{C}P^2$ 内の3次曲線の例で変形の自由度の数え方や局所座標系の貼り合わせが丁寧に説明されている。後半では、リーマン面の複素構造の変形理論に関連したストリーベル微分やコンチェビッチの研究についても触れられている。また、楕円曲線についての解説ではワイエルシュトラスの P 関数や $j(\tau)$ 関数などの相互関係が使い勝手良く簡潔にまとめられている。

扱われている話題は、理論物理とくに超弦理論を専門とする読者にとっては是非とも身につけたいものばかりであるが、本書ではこれらが順序よく丁寧に、それでいて初学者に不要なディテールをうまく省いて解説されている。また、所々に挟まれたこぼれ話は、あたかも著者の講義を聴いているようで楽しい。いつもより少し真面目に数学を学んでみたいという物理系の方にはお薦めの入門書である。

細道 和夫 (防衛大学校応用物理学科)