演習 くり込み群

– 訂正と補足（赤字で入れてあります） –

平成 28 年 4 月 3 日

はじめに

- 18 行目

…………そこで、この本ではスカラー場に基づく摂動論を主眼に置いて、くり込みとくり込み群の解説を行うことにする。….

第 1 章 くり込みの基礎

1.1 小手調べ：くり込みとは

- 2 ページ　例題 1.2. ：

…. を初期条件 $q_0(0) = a$ 、 $\dot{q}_0(0) = 0$ の下で解き、さらに表式 (1.2) を用いて、λ の 1 次までを考慮したとき、

- 2 ページ　(1.9) 式：

$$
\begin{aligned}
q_2(t) &= \frac{1}{2}\int_0^\infty dt' G_{\mathrm{R}}(t-t')q_0^2(t')q_1(t') \\
&\overset{(1.8)}{=} \frac{1}{12}\int_0^\infty dt'dt'' G_{\mathrm{R}}(t-t')q_0^2(t')G_{\mathrm{R}}(t'-t'')q_0^3(t'') \ .
\end{aligned}
\tag{1.9}
$$

(しかし $q_2(t)$ は以下では使わない。) 運動方程式 (1.4) ……

- 3 ページ　7〜10 行目：λ を取る。
- 7 行目：

$$
q_1(t) = -\frac{\cancel{\lambda}a^3}{6\omega}\int_0^t dt' \sin\omega(t-t')\cos^3\omega t' \ .
$$

- 9〜10 行目：

$$
\begin{aligned}
q_1(t) &= -\frac{\cancel{\lambda}a^3}{48\omega}\int_0^t dt' \left[\sin\omega(t+2t') + \sin\omega(t-4t') + 3\sin\omega t + 3\sin\omega(t-2t')\right] \\
&= -\frac{\cancel{\lambda}a^3}{192\omega^2}(\cos\omega t - \cos 3\omega t) - \frac{\cancel{\lambda}a^3 t}{16\omega}\sin\omega t \ .
\end{aligned}
$$

- 12 行目：

$$q = \left(1 - \frac{\lambda a^2}{192\omega^2}\right) a\cos\omega t - \frac{\lambda a^3 t}{16\omega}\sin\omega t + \frac{\lambda a^3}{192\omega^2}\cos 3\omega t \ .$$

- 下から 9 行目：

$$A^2 = \left(1 - \frac{\lambda a^2}{192\omega^2}\right)^2 a^2 = \left(1 - \frac{\lambda a^2}{96\omega^2}\right) a^2 \ ;$$

- 下から 7 行目：

$$\tan\delta = \frac{-\frac{\lambda a^2 t}{16\omega}}{1 - \frac{\lambda a^2}{192\omega^2}} = -\frac{\lambda a^2 t}{16\omega} \quad \Longrightarrow \quad \delta = -\frac{\lambda a^2 t}{16\omega} \ ,$$

- 下から 5 行目：

$$q = a\sqrt{1 - \frac{\lambda a^2}{96\omega^2}}\cos\left(\omega + \frac{\lambda a^2}{16\omega}\right) t + \frac{\lambda a^3}{192\omega^2}\cos 3\omega t \ .$$

- 下から 2 行目：

$$a \Longrightarrow a\sqrt{1 - \frac{\lambda a^2}{96\omega^2}} \ ; \quad \omega \Longrightarrow \varOmega = \omega + \frac{\lambda a^2}{16\omega} \ . \tag{1.13}$$

1.2 場の理論の演算子形式による記述とくり込み定数

- 20 ページ 一番下の式：

$$\begin{aligned}\langle 0|\hat{J}(\phi(y))|p\rangle &= \left(\Box + m^2\right)\langle 0|\hat{\phi}(y)|p\rangle \overset{(1.120)}{=} \left(\Box + m^2\right)\langle 0|\mathrm{e}^{i\hat{P}y}\hat{\phi}(0)\mathrm{e}^{-i\hat{P}y}|p\rangle \\ &= \left(-p^2 + m^2\right)\mathrm{e}^{-ipy}\langle 0|\hat{\phi}(0)|p\rangle \overset{\text{逆に戻して}}{=} \left(-p^2 + m^2\right)\langle 0|\hat{\phi}(y)|p\rangle = 0 \ .\end{aligned}$$

- 21 ページ 一番下の式：($f_{q_1}(x)$ を右に移動)

$$\text{右辺} = \frac{i}{\sqrt{Z}}\int d^3\boldsymbol{x}\left(\lim_{x^0\mapsto\infty} - \lim_{x^0\mapsto-\infty}\right) f_{q_1}(x)\overleftrightarrow{\partial}_0\langle p_1\cdots p_n : \mathrm{out}|\hat{\phi}(x)|q_2\cdots q_m : \mathrm{in}\rangle \ .$$

- 22 ページ 17 行目：($f^*_{p_1}(y)$ を右に移動)

$$
\begin{aligned}
(1.128) \quad = \quad & \frac{i}{\sqrt{Z}} \int d^3\boldsymbol{y} \left(\lim_{y^0 \mapsto \infty} - \lim_{y^0 \mapsto -\infty} \right) f^*_{p_1}(y) \overleftrightarrow{\partial}_{y^0} \\
& \times \langle p_2 \cdots p_n : \mathrm{out} | \mathrm{T} \left(\hat{\phi}(x_1) \hat{\phi}(y) \right) | q_2 \cdots q_m : \mathrm{in} \rangle \ .
\end{aligned}
$$

- 23 ページ例題 2.4 以下のように訂正、削除、補足する。
- 1 行目：

… 前節・例題 1.4 の議論を場の理論に拡張しよう。….

- 8,9 行目の式 (1.136)、(1.137) を一つの式に

$$
\lim_{x^0 \mapsto \infty} \langle p | \hat{U}(-x^0) | 0 \rangle = 0 \ ; \qquad \lim_{x^0 \mapsto \infty} \langle p | \hat{U}(x^0) | 0 \rangle = 0 \ . \tag{1.136}
$$

- 23 ページ　式 (1.138) の式番号を外す。

- 23 ページ　下から 5 行目：

後半の (1.136) の証明：右式は、左式の証明ができれば、$x^0 \mapsto -x^0$（および、in $\mapsto$ out）の置き換えで出せるので、左式だけ考えればよい。……

- 24 ページ　式 (1.139) $\mapsto$(1.137) と変える。

- 24 ページ 14 行目〜19 行目削除し以下を挿入：

一方、第 1、2 項の真空期待値部分は、$\hat{\dot{U}}^{-1}(-x^0)\hat{U}(-x^0) = -\hat{U}^{-1}(-x^0)\hat{\dot{U}}(-x^0)$ を用いて、

$$
\begin{aligned}
& \langle 0 | \hat{\dot{U}}(-x^0) \hat{\phi}(-x^0, \boldsymbol{x}) - \hat{U}(-x^0) \hat{\phi}(-x^0, \boldsymbol{x}) \hat{U}^{-1}(-x^0) \hat{\dot{U}}(-x^0) | 0 \rangle \\
& = \langle 0 | \hat{U}(-x^0) \left[\hat{U}^{-1}(-x^0) \hat{\dot{U}}(-x^0), \hat{\phi}(-x^0, \boldsymbol{x}) \right] | 0 \rangle \ .
\end{aligned}
$$

ここで、

$$\hat{U}^{-1}(-x^0)\dot{\hat{U}}(-x^0) \overset{(1.135)}{=} -i\hat{U}^{-1}(-x^0)\hat{H}_{\mathrm{I}}(-x^0)\hat{U}(-x^0)$$
$$\left(\equiv -i\hat{U}^{-1}(-x^0)\int d^3\boldsymbol{x}\mathcal{H}_{\mathrm{I}}\left(\hat{\phi}^{\mathrm{in}}(-x^0,\boldsymbol{x})\right)\hat{U}(-x^0)\right)$$
$$= -i\int d^3\boldsymbol{x}\mathcal{H}_{\mathrm{I}}\left(\hat{\phi}(-x^0,\boldsymbol{x})\right) ,$$

((1.134) の逆変換 $\hat{U}^{-1}\hat{\phi}^{\mathrm{in}}\hat{U} = \hat{\phi}$ を用いた）に注意すれば、$\hat{H}_{\mathrm{I}}$ は $\hat{\phi}$ のみの（汎）関数であるから、

$$\left[\hat{U}^{-1}(-x^0)\dot{\hat{U}}(-x^0), \hat{\phi}(-x^0,\boldsymbol{x})\right] = -i\int d^3\boldsymbol{y}\left[\mathcal{H}_{\mathrm{I}}\left(\hat{\phi}(-x^0,\boldsymbol{y})\right), \hat{\phi}(-x^0,\boldsymbol{x})\right] = 0 ,$$

となり、第 1、2 項の真空期待値部分も消える。右式も全く同様に in $\mapsto$ out の置き換えで証明できる。□

以上の議論は、任意の漸近状態、$\langle n : \mathrm{as}| \equiv \langle 0|a^{\mathrm{as}}(\boldsymbol{p}_1)a^{\mathrm{as}}(\boldsymbol{p}_2)\cdots a^{\mathrm{as}}(\boldsymbol{p}_n)$ ： $n \neq 0$ との間で成り立つことに注意しよう：

$$\lim_{x^0\mapsto\infty}\langle n : \mathrm{in}|\hat{U}(-x^0)|0\rangle = 0 \ ; \quad \lim_{x^0\mapsto\infty}\langle n : \mathrm{out}|\hat{U}(x^0)|0\rangle = 0 \ . \tag{1.138}$$

したがって、

$$\lim_{x^0\mapsto\infty}\hat{U}(-x^0)|0\rangle \propto |0\rangle \ ; \quad \lim_{x^0\mapsto\infty}\hat{U}(x^0)|0\rangle \propto |0\rangle \ . \tag{1.139}$$

である。

%%%%%%%　まとめると例題 2.4 は以下のようになる　%%%%%%%

例題 2.4. 前節・例題 1.4 での議論を場の理論に拡張しよう。Hamiltonian 密度 (1.96) を

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_0(\pi,\phi) + \hat{\mathcal{H}}_{\mathrm{I}}(\phi); \tag{1.132}$$
$$\hat{\mathcal{H}}_0(\pi,\phi) \equiv \frac{1}{2}\hat{\pi}^2 + \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{\nabla}\hat{\phi}\right)^2 + \frac{m^2}{2}\hat{\phi}^2 \ ; \quad \hat{\mathcal{H}}_{\mathrm{I}}(\phi) \equiv \frac{\lambda}{4!}\hat{\phi}^4 \ ; \tag{1.133}$$

と書く[20]。(1.26) に習い漸近場 $\hat{\phi}^{\mathrm{as}}$ と Heisenberg 場 $\hat{\phi}$ を結ぶユニタリー変換、

$$\hat{U}(x^0)\hat{\phi}(x)\hat{U}^{-1}(x^0) = \hat{\phi}^{\mathrm{as}}(x) \ ; \tag{1.134}$$

が、以下を満たすことを示せ：

$$i\frac{d}{dx^0}\hat{U}(x^0) = \hat{H}_{\mathrm{I}}(x^0)\hat{U}(x^0) \ ; \quad \hat{H}_{\mathrm{I}}(x^0) = \int d^3\boldsymbol{x}\mathcal{H}_{\mathrm{I}}(\hat{\phi}^{\mathrm{as}}(x)) \ : \tag{1.135}$$
$$\lim_{x^0\mapsto\infty}\langle p|\hat{U}(-x^0)|0\rangle = 0 \ ; \quad \lim_{x^0\mapsto\infty}\langle p|\hat{U}(x^0)|0\rangle = 0 \ . \tag{1.136}$$

解）前半は、前節・例題1.3の議論（(1.32)∼(1.36)）を忠実に（$\hat{p}\mapsto\hat{\pi}$; $\hat{q}\mapsto\hat{\phi}$、$t\mapsto x^0$ を行って) 再現すればよい。(1.36) は今の場合、

$$\hat{H}_{\rm I}(\phi^{\rm as})-i\left(\frac{d}{dx^0}\hat{U}(x^0)\right)\hat{U}^{-1}(x^0)=E(x^0)\ .$$

$E(x^0)=0$ と置けば、(1.135) が出る。（以下の議論は $E(x^0)\neq 0$ としても何の変更もない。物理的には、エネルギー原点の採り方の任意性の問題。）$\hat{U}(x^0)$ も漸近場 $\phi^{\rm as}$ のみの関数である（$\hat{\pi}^{\rm as}$ にはよらない！）。

後半の (1.136) の証明：右式は、左式の証明ができれば、$x^0\mapsto -x^0$（および、in $\mapsto$ out）の置き換えで出せるので、左式だけ考えればよい。1体状態を追い出す：

$$\langle p|\hat{U}(-x^0)|0\rangle=\langle 0|a^{\rm in}(\boldsymbol{p})\hat{U}(-x^0)|0\rangle\ .$$

この消滅演算子を (1.104) より、in-場で書くが、今時間は $-x^0$ と採っているので、

$$\langle p|\hat{U}(-x^0)|0\rangle=-i\int d^3\boldsymbol{x}f_p^*(-x'^0,\boldsymbol{x})\overleftrightarrow{\partial_0}'\langle 0|\hat{\phi}^{\rm in}(-x'^0,\boldsymbol{x})\hat{U}(-x^0)|0\rangle\ ;$$

ここで、ユニタリー変換 (1.134) を用いて

$$右辺=-i\int d^3\boldsymbol{x}f_p^*(-x'^0,\boldsymbol{x})\overleftrightarrow{\partial_0}'\langle 0|\hat{U}(-x'^0)\hat{\phi}(-x'^0,\boldsymbol{x})\hat{U}^{-1}(-x'^0)\hat{U}(-x^0)|0\rangle\ .$$

x'^0 に関する時間微分を行って、

$$\begin{aligned}\langle p|\hat{U}(-x^0)|0\rangle=-i\int d^3\boldsymbol{x}\Big[&f_p^*(-x'^0,\boldsymbol{x})\langle 0|\dot{\hat{U}}(-x'^0)\hat{\phi}(-x'^0,\boldsymbol{x})\hat{U}^{-1}(-x'^0)\hat{U}(-x^0)\\&+\hat{U}(-x'^0)\dot{\hat{\phi}}(-x'^0,\boldsymbol{x})\hat{U}^{-1}(-x'^0)\hat{U}(-x^0)+\hat{U}(-x'^0)\hat{\phi}(-x'^0,\boldsymbol{x})\dot{\hat{U}}^{-1}(-x'^0)\hat{U}(-x^0)|0\rangle\\&-\partial_0'f_p^*(-x'^0,\boldsymbol{x})\langle 0|\hat{U}(-x'^0)\hat{\phi}(-x'^0,\boldsymbol{x})\hat{U}^{-1}(-x'^0)\hat{U}(-x^0)|0\rangle\Big]\ .\end{aligned}$$

$x^0=x'^0$ とおいて、その後 $x^0\mapsto\infty$ とする：まず、

$$\begin{aligned}\langle p|\hat{U}(-x^0)|0\rangle=-i\int d^3\boldsymbol{x}\Big[&f_p^*(-x^0,\boldsymbol{x})\langle 0|\dot{\hat{U}}(-x^0)\hat{\phi}(-x^0,\boldsymbol{x})\\&+\hat{U}(-x^0)\hat{\phi}(-x^0,\boldsymbol{x})\dot{\hat{U}}^{-1}(-x^0)\hat{U}(-x^0)+\hat{U}(-x^0)\dot{\hat{\phi}}(-x^0,\boldsymbol{x})|0\rangle\\&-\partial_0f_p^*(-x^0,\boldsymbol{x})\langle 0|\hat{U}(-x^0)\hat{\phi}(-x^0,\boldsymbol{x})|0\rangle\Big]\ ,\end{aligned}\tag{1.137}$$

として、右辺の第3項目と4項目に着目する。

$$\begin{aligned}\lim_{x^0\mapsto\infty}(右辺3,4項)\overset{(1.122)}{=}-\frac{i}{\sqrt{Z}}\int d^3\boldsymbol{x}\Big[&f_p^*(-x^0,\boldsymbol{x})\langle 0|\hat{U}(-x^0)\dot{\hat{\phi}}^{\rm in}(-x^0,\boldsymbol{x})|0\rangle\\&-\partial_0f_p^*(-x^0,\boldsymbol{x})\langle 0|\hat{U}(-x^0)\hat{\phi}^{\rm in}(-x^0,\boldsymbol{x})|0\rangle\Big]\Big|_{x^0\mapsto\infty}\overset{(1.104)}{=}\frac{1}{\sqrt{Z}}\langle 0|\hat{U}(-x^0)a^{\rm in}(\boldsymbol{p})|0\rangle\Big|_{x^0\mapsto\infty}=0\ .\end{aligned}$$

一方、第 1、2 項の真空期待値部分は、$\hat{U}^{-1}(-x^0)\hat{U}(-x^0) = -\hat{U}^{-1}(-x^0)\dot{\hat{U}}(-x^0)$ を用いて、

$$\begin{aligned}&\langle 0|\dot{\hat{U}}(-x^0)\hat{\phi}(-x^0,\boldsymbol{x}) - \hat{U}(-x^0)\hat{\phi}(-x^0,\boldsymbol{x})\hat{U}^{-1}(-x^0)\dot{\hat{U}}(-x^0)|0\rangle\\&= \langle 0|\hat{U}(-x^0)\left[\hat{U}^{-1}(-x^0)\dot{\hat{U}}(-x^0),\hat{\phi}(-x^0,\boldsymbol{x})\right]|0\rangle\ .\end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned}&\hat{U}^{-1}(-x^0)\dot{\hat{U}}(-x^0) \overset{(1.135)}{=} -i\hat{U}^{-1}(-x^0)\hat{H}_{\mathrm{I}}(-x^0)\hat{U}(-x^0)\\&\left(\equiv -i\hat{U}^{-1}(-x^0)\int d^3\boldsymbol{x}\mathcal{H}_{\mathrm{I}}\left(\hat{\phi}^{\mathrm{in}}(-x^0,\boldsymbol{x})\right)\hat{U}(-x^0)\right)\\&= -i\int d^3\boldsymbol{x}\mathcal{H}_{\mathrm{I}}\left(\hat{\phi}(-x^0,\boldsymbol{x})\right)\ ,\end{aligned}$$

((1.134) の逆変換 $\hat{U}^{-1}\hat{\phi}^{\mathrm{in}}\hat{U} = \hat{\phi}$ を用いた）に注意すれば、$\hat{H}_{\mathrm{I}}$ は $\hat{\phi}$ のみの（汎）関数であるから、

$$\left[\hat{U}^{-1}(-x^0)\dot{\hat{U}}(-x^0),\hat{\phi}(-x^0,\boldsymbol{x})\right] = -i\int d^3\boldsymbol{y}\left[\mathcal{H}_{\mathrm{I}}\left(\hat{\phi}(-x^0,\boldsymbol{y})\right),\hat{\phi}(-x^0,\boldsymbol{x})\right] = 0\ ,$$

となり、第 1、2 項の真空期待値部分も消える。右式も全く同様に in $\mapsto$ out の置き換えで証明できる。□

以上の議論は、任意の漸近状態、$\langle n:\mathrm{as}| \equiv \langle 0|a^{\mathrm{as}}(\boldsymbol{p}_1)a^{\mathrm{as}}(\boldsymbol{p}_2)\cdots a^{\mathrm{as}}(\boldsymbol{p}_n)\ :\ n\neq 0$ との間で成り立つことに注意しよう：

$$\lim_{x^0\mapsto\infty}\langle n:\mathrm{in}|\hat{U}(-x^0)|0\rangle = 0\ ;\qquad \lim_{x^0\mapsto\infty}\langle n:\mathrm{out}|\hat{U}(x^0)|0\rangle = 0\ . \tag{1.138}$$

したがって、

$$\lim_{x^0\mapsto\infty}\hat{U}(-x^0)|0\rangle \propto |0\rangle\ ;\qquad \lim_{x^0\mapsto\infty}\hat{U}(x^0)|0\rangle \propto |0\rangle\ . \tag{1.139}$$

である。

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

• 26 ページ下から 7 行目から 4 行目にかけて：

さて例題 2.4 での議論 (1.139) より、

$$\hat{U}(-\infty)|0\rangle = \epsilon_-|0\rangle\ ;\qquad \hat{U}(\infty)|0\rangle = \epsilon_+|0\rangle\ . \tag{1.152}$$

(1.152) 右式の共役を採って、$\hat{U}^\dagger = \hat{U}^{-1}$ に注意すると、

$$\langle 0|\hat{U}^{-1}(\infty) = \langle 0|\epsilon_+^*\ . \tag{1.153}$$

1.3 経路積分による場の真空期待値の表現

- 32 ページ脚注：

$$\begin{aligned}
&\langle 12\rangle_J\varphi(3)+\mathrm{cyclic}=\langle 12\rangle_J\varphi(3)+\langle 23\rangle_J\varphi(1)+\langle 31\rangle_J\varphi(2)\ ;\\
&\langle 12\rangle_J\langle 34\rangle_J+\mathrm{cyclic}=\langle 12\rangle_J\langle 34\rangle_J+\cancel{\mathrm{cyclic}}\langle 13\rangle_J\langle 24\rangle_J+\langle 14\rangle_J\langle 23\rangle_J\\
&\langle 12\rangle_J\varphi(3)\varphi(4)+\mathrm{cyclic}=\langle 12\rangle_J\varphi(3)\varphi(4)+\langle 13\rangle_J\varphi(4)\varphi(2)+\langle 14\rangle_J\varphi(2)\varphi(3)\\
&\qquad\qquad+\langle 23\rangle_J\varphi(1)\varphi(4)+\langle 24\rangle_J\varphi(1)\varphi(3)+\langle 34\rangle_J\varphi(1)\varphi(2)\ .
\end{aligned}$$

- 33 ページ 6 行目　以下を挿入：

$W[J]$ を**連結グリーン関数の生成汎関数**という。（ここで $n=0$ の項はない。なぜなら $Z[0]=1$(1.172)、だから (1.176) より $W[0]=0$ 。）

第 2 章
グリーン関数の計算

2.1 ファインマングラフ

- 53 ページ 15 行目：

…… 全体は $(4\times 3\times 6\times 2\times 2)\,(1/2^2(4!)^2)=1/8$。したがって、

2.2 バーテックス関数の計算

- 64 ページ 10 行目に以下を挿入：

さらに、（2 次までの摂動の結果 (2.33)、(2.52) に注意して）以下を示せ：

- 68 ページ脚注 12：

『演習』p.203 の脚注。…

- 70 ページ 4 行目から 6 行目。式 (2.117) の次の部分を以下のように修正：

自己エネルギーは

$$\Pi^{(1)} \overset{\Lambda_c \mapsto \infty}{=} -\frac{\lambda}{32\pi^2}\left(\Lambda_c^2 - m^2 \ln \frac{\Lambda_c^2}{m^2} + m^2\right) \; ; \tag{2.118}$$

となる。発散する部分に関しては (2.112) と同じである[14]。

- 71 ページ　(2.123) 最後の表式削除：

$$B(p,q) = \frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)} = \int_0^\infty dt \frac{t^{p-1}}{(1+t)^{p+q}} \cancel{= \int_0^1 dt t^{p-1}(1-t)^{q-1}} \; . \tag{2.123}$$

- (2.124)　λ を入れる：

$$\Pi^{(1)} = -\frac{(m^2)^{D/2-1}\lambda}{2(4\pi)^{D/2}}\Gamma\left(1-\frac{D}{2}\right) \; . \tag{2.124}$$

- 74 ページ　3 行目に以下を挿入：

（C は議論に関係ない定数。ここでは、ウィック回転 (2.106) を行った後の表式で議論する。）それは、·······

- (2.151)　すぐ上の文章を以下のように訂正：

見かけの発散は，分子は $4L+1$ で分母は $2I+1$ であるから，

- 84、85 ページ　式の表式を以下のように訂正：

$$\begin{aligned} x \sim 0,1 \Rightarrow & \int_0^1 dxdy\, [yx(1-x)]^{\epsilon-1}\, y^{1-2\epsilon} = \int_0^1 dxdy\, [x(1-x)]^{\epsilon-1}\, y^{-\epsilon} \\ &= B\,(\epsilon,\epsilon)\, B\,(1-\epsilon,1) = \frac{[\Gamma(\epsilon)]^2}{\Gamma(2\epsilon)}\frac{\Gamma(1-\epsilon)}{\Gamma(2-\epsilon)} \sim \frac{2}{\epsilon} + 2 + 2\epsilon\left(1-\frac{\pi^2}{6}\right) \; . \end{aligned} \tag{2.211}$$

$$K(0)_{\mathrm{pole}} = \frac{3}{\epsilon} + 4 + \epsilon\left(6 - \frac{\pi^2}{2}\right) + O(\epsilon^2) \; . \tag{2.212}$$

$$K(0) = K(0)_{\rm pole} + K(0)_{\rm reg} = \left[\frac{3}{\epsilon} + 3 + \epsilon\left(6 - \frac{\pi^2}{2}\right) + O(\epsilon^2)\right] . \tag{2.214}$$

$$\Gamma(2\epsilon-1)K(0) = -\left[\frac{3}{2\epsilon^2} + \frac{9-6\gamma}{2\epsilon} + \left(12 - 9\gamma - 3\gamma^2 + \frac{\pi^2}{4}\right) + O(\epsilon)\right] . \tag{2.215}$$

$$\begin{aligned}\Pi^{(2,a)}_{\rm pole}(p) = \frac{\hat\lambda^2}{(32\pi^2)^2}\left(\frac{4\pi\mu^2}{m^2}\right)^{2\epsilon}&\left[p^2\left\{\frac{1}{6\epsilon} + \frac{1}{3}(N_1-\gamma)\right\}\right.\\ &\left.-m^2\left\{\frac{1}{\epsilon^2} + \frac{3-2\gamma}{\epsilon} + 2\left(4 - 3\gamma - \gamma^2 + \frac{\pi^2}{12}\right)\right\}\right] .\end{aligned} \tag{2.216}$$

$$\begin{aligned}\Pi^{(2,a)}_{\rm pole}(p) = \frac{\hat\lambda^2}{(32\pi^2)^2}&\left[p^2\left(\frac{1}{6\epsilon} + \frac{1}{3}(N_1-\gamma) + \frac{1}{3}\ln\frac{4\pi\mu^2}{m^2}\right) - m^2\left\{\frac{1}{\epsilon^2}\right.\right.\\ &+\frac{1}{\epsilon}\left(3 - 2\gamma + 2\ln\frac{4\pi\mu^2}{m^2}\right) + 2\left(4 - 3\gamma - \gamma^2 + \frac{\pi^2}{12}\right.\\ &\left.\left.+\left(\ln\frac{4\pi\mu^2}{m^2}\right)^2 + (3-2\gamma)\ln\frac{4\pi\mu^2}{m^2}\right)\right\}\right] + O(\epsilon) .\end{aligned} \tag{2.217}$$

- 85 ページ

$$\begin{aligned}\Pi^{(2)}_{\rm reg}(p) \equiv \frac{\hat\lambda^2}{(32\pi^2)^2}&\left[\frac{p^2}{3}\left(N_1 - \gamma + \ln\frac{4\pi\mu^2}{m^2}\right) - m^2\left(8(1-\gamma) + \frac{\pi^2}{3}\right.\right.\\ &\left.\left.+8(1-\gamma)\ln\frac{4\pi\mu^2}{m^2} + 4\left(\ln\frac{4\pi\mu^2}{m^2}\right)^2\right)\right] + \Pi^{(2,a)}_{\rm reg}(p) ;\end{aligned} \tag{2.223}$$

第 3 章
くり込みとくり込み群

3.1 くり込みとくり込み可能性

- 100 ページ　5 行目：

…. 、Lagrangian（W は Wilson から）は

- 8 行目：

…. ゼロとなり、結局 SUK 条件を満たす項 ….

3.2 くり込み群方程式とその解

- 109 ページ　4 行目 (3.73)、(3.74) 、(3.75) のイタリック外す：

このとき、ベータ関数 (3.73)、質量異常次元 (3.74)、異常次元 (3.75) が

3.3 Ward-Takahashi 関係式とくり込み群方程式

- 116 ページ (3.144)　マイナスを取る：

$$\boldsymbol{\Phi}(x) \mapsto \boldsymbol{\Phi}'(x') = \mathrm{e}^{\rho \boldsymbol{d}_\Phi} \boldsymbol{\Phi}(x)\ ; \quad \boldsymbol{d}_\Phi \equiv \begin{cases} \dfrac{D-2}{2}: & \text{ボーズ場} \\ \dfrac{D-1}{2}: & \text{フェルミ場} \end{cases} . \tag{3.144}$$

練習問題解答

- 137 ページ (8)、(9)：

$$\sum_{r=0}^{N} r(r-1)\cdots(r-k+1) = \frac{1}{k+1}(N+1)N\cdots(N-k+1)\ ; \tag{8}$$

$$\sum_{r=1}^{N}(r-1)(r-2)\cdots(r-k) = \frac{1}{k+1}N(N-1)\cdots(N-k)\ ; \tag{9}$$

- 138 ページ下から 6 行目以降　以下を挿入：

1.5　T-積の定義 (1.70) により、$|0\rangle, \langle 0|$ を外した (1.89) の右辺をダシュをつけて

$$(1.89)' \text{ の右辺} = \theta(t-t')\hat{q}^{\rm as}(t)\hat{q}^{\rm as}(t') + \theta(t'-t)\hat{q}^{\rm as}(t')\hat{q}^{\rm as}(t)\ ,$$

としよう。これに d^2/dt^2 を作用すると、

$$\frac{d}{dt}\left[(1.89)' \text{ の右辺}\right] \overset{(1.11)}{=} \Big[\theta(t-t')\dot{\hat{q}}^{\rm as}(t)\hat{q}^{\rm as}(t') + \theta(t'-t)\hat{q}^{\rm as}(t')\dot{\hat{q}}^{\rm as}(t)$$
$$+\delta(t-t')\left(\hat{q}^{\rm as}(t)\hat{q}^{\rm as}(t') - \hat{q}^{\rm as}(t')\hat{q}^{\rm as}(t)\right)\Big]\ .$$

デルタ関数に比例する項は、同時刻交換関係 $[\hat{q}^{\rm as}(t), \hat{q}^{\rm as}(t)] = 0$ により落ちる。さらに微分する：

$$\frac{d^2}{dt^2}\left[(1.89)' \text{ の右辺}\right] = \Big[\theta(t-t')\ddot{\hat{q}}^{\rm as}(t)\hat{q}^{\rm as}(t') + \theta(t'-t)\hat{q}^{\rm as}(t')\ddot{\hat{q}}^{\rm as}(t)$$
$$+\delta(t-t')\left(\dot{\hat{q}}^{\rm as}(t)\hat{q}^{\rm as}(t') - \hat{q}^{\rm as}(t')\dot{\hat{q}}^{\rm as}(t)\right)\Big]\ .$$

デルタ関数に比例する項は、同時刻交換関係で $\left[\dot{\hat{q}}^{\rm as}(t), \hat{q}^{\rm as}(t)\right] = -i$; $(\dot{\hat{q}}^{\rm as} = \hat{p}^{\rm as}(1.30))$ 。従って、

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} + \Omega^2\right)\left[(1.89)' \text{ の右辺}\right] = \mathrm{T}\left(\left(\frac{d^2}{dt^2} + \Omega^2\right)\hat{q}^{\rm as}(t)\hat{q}^{\rm as}(t')\right) - i\delta(t-t') = -i\delta(t-t')\ .$$

最後は運動方程式 (1.20) を用いた。定義 (1.89) に戻り、$\langle 0|, |0\rangle$ ではさめば $\boldsymbol{G}^{(2)}$ が求める (1.90) に従うことがわかる。

- 152 ページ　(4) 式：

$$\frac{1}{A^N} = (\Gamma(N))^{-1}\int_0^\infty dt t^{N-1}\mathrm{e}^{-At}\ . \tag{4}$$

- 153 ページ　8,9,11, 14 行目の大きい $\times$ の上にハットˆがついている。ˆを消去。