電気電子材料工学 章末問題 解答例(2014/1/29)

1章

1.1 電子のエネルギー状態

原子もしくは分子を含むガスを放電により電気的に励起すると特定の波長に鋭いピーク を持った**発光(輝線)**が観測できる。歴史的には、ライマンによる水素ガスの放電からの スペクトルの観測(1906 年~)から始まっている。水素原子からの輝線は、発見者と波長 範囲に準じて、ライマン系列(遠紫外線)バルマー系列(紫外~可視)パッシェン系列 (赤外線領域)と続く。

このような輝線の波長を法則化したのが、リュードベリーであり、リュードベリー定数 R を用いて、各系列に対応した n と m に対して、次式で説明される。

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

この法則を離散的な原子軌道間の遷移により、発光が生じることを説明したのがボーアの 原子模型による量子力学であり、R は次式であらわせる。

$$R = \frac{m_0 e^4}{8ch^3\varepsilon_0^2}$$

このような構造をとることから、電子のエネルギーが離散的であることが確認できる。こ れらの輝線は水素原子に限らず、それぞれの原子において特徴的であるので、その輝線ス ペクトルを確認することで元素の同定ができる。これらは、高周波誘導結合プラズマを用 いた ICP 発光分光分析法として普及している。また光を照射することで吸光と蛍光を観測 することもできる。これらは、原子吸光分析法や原子蛍光分析法として利用されている。

1.2 元素の電子配置と性質

希ガス元素は最外殻の s 軌道もしくは p 軌道がすべて占有され、閉殻構造をとる。次の周期の s 軌道とのエネルギー差が大きく原子単体で化学的に安定な性質を示す。閉殻構造をとる原子は常温では気体として安定に存在し、He、Ne、Ar、Xe などは不活性ガスとも呼ばれる。

アルカリ金属元素は、希ガスの電子配置にさらに1個の電子を加えたものであり、ns¹という電子配置をとる。したがって、電子を放出することで安定な閉殻構造をとるため、+1 価のイオンになりやすい。

ハロゲン元素は、アルカリ金属の場合とは逆に、希ガスの電子配置から電子を 1 個除い た電子配置をとるが、電子を受けとることでより安定な閉殻構造をとることができること から、 - 1 価の負イオンになりやすく化学的活性も高い。これらの理由から、1 族元素と 17 属元素はイオン結合による安定な化合物(ハロゲン化アルカリ)を作ることが知られ、NaCl 等身近な物質として存在する。

1.3 量子サイズ効果

物質のサイズによって図 1.3 に示すようにエネルギー状態が変化する。このとき、バルク 体に比べて禁制帯幅が大きくなる。数~+nm程度のナノ結晶において、電子の位置自由度 が極端に制限され、電子の運動エネルギーが増大し、物質本来の持つ禁制帯幅が大きくな るためである。これは、バルク体がもつ物質の禁制帯幅に依存しなくなることを意味する。

ナノ結晶のような量子サイズにおいては電子の位置が限定されるため、閉じ込め効果に より、エネルギー準位が連続的なバンド構造ではなく離散的になる。特に粒子径が10nm以 下になるとこの量子サイズ効果が顕著になり、粒子径に依存した波長において、光の吸収 や発光を示す。量子ドット蛍光体や量子ドット太陽電池はその応用例である。

1.4 各種結合の特徴

共有結合の特徴は、結合力が強く、電子が各結合にて電子対を形成し安定な状態をとる。 結合に関与する電子対は動き回ることができないため、一般に共有結合性結晶は、半導体 もしくは絶縁体であり、シリコンやダイアモンドなどが挙げられる。その結合には方向性 があり、結晶はへき開性などを示す。

金属結合においては、結晶格子内を空間的に広がった 3s 電子が自由に動き回れるため、 電気と熱の良導体である。Cu、Au、Ag などの金属がその典型である。金属における結合力 は、イオンと結晶全体に広がった電子間のクーロン引力であるため、その結合には方向性 が無く延性、展性を示す。

イオン結合は、正イオンになりやすいアルカリ金属元素と負イオンになりやすいハロゲン金属元素が互いにクーロン引力により引き合い結合を形成する。電子配置は、それぞれ 閉殻構造をなし、安定であるために、電子は電気伝導に寄与せず、絶縁体となる。NaClや CaFなどがその典型である。

ファンデル-ワールス結合は、原子が互いに近づいて電荷分布に偏りが生じたときに生じる双極子モーメント間に働く力(ファンデル-ワールス力)により形成される。室温では気体原子として安定な He、Ne、Ar など、閉殻構造をとる元素が低温において、液体や固体となった際に働く力である。

1.5 結晶構造

図 1.7(b)に示す、面心立方格子の側面の正方形の対角線について、

$$2d = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a \, \text{sty}, \ d = \frac{\sqrt{2}a}{2}.$$

単位格子内の原子の個数は、 $N = \frac{1}{8} \times 8 + \frac{1}{2} \times 6 = 4$ 個である。よって、充填密度として以下

を得る。

$$\rho = \frac{N \times \frac{4}{3}\pi r^3}{a^3} = \frac{4 \times \frac{4}{3}\pi \left(\frac{\sqrt{2}a}{4}\right)^3}{a^3} = \frac{\sqrt{2}\pi}{6} = 0.74$$

1.6 物質の抵抗率(1)

物質の抵抗率 ρ は、 (1.13) 式 $\sigma = \rho^{-1} = nq\mu$ に示されるように導電率の逆数で示され、導 電率 σ は自由電子(q=eとする)であるキャリア密度nと移動度 μ の積で決まる。金属のキャリ ア密度は構成元素の結晶構造と密度で決まる。

半導体中のキャリアは電子や正孔である。電子や正孔は、それぞれドナーやアクセプタ となる不純物を結晶内に導入することで増加するので、キャリア密度を変化させることが できる。このとき半導体中の不純物によりキャリアの移動度はむしろ低下するが、その変 化はたかだか 2 桁程度である。したがって、半導体作製時に添加するドナーやアクセプタ 不純物の密度の制御により大きく変化する。

また、真性半導体の場合でも、(3.34)式により、同一温度であれば、キャリア密度は、温 度および禁制帯幅に依存して指数関数的に変化するので、同一の半導体においてキャリア 密度は温度に依存するだけでなく、禁制帯幅の異なる種々の半導体であれば、同一温度で もキャリア密度は大きく変化する。以上により、半導体の導電率もしくは抵抗率は、その 種類や温度、不純物の添加量に依存して 10 桁以上変化する。

1.7 物質の抵抗率(2)

金属のキャリア密度は、構成原子、密度、および結晶構造に依存して一定である。した がって、一般に温度上昇により格子振動によるキャリアの散乱による移動度が低下するた め、導電率は低下、すなわち抵抗率は上昇する。一方、半導体の場合、移動度の変化に比 べて、キャリア密度の変化の影響が大きい。具体的には、不純物半導体の出払い領域を除 き、極低温の不純物領域と高温の真性領域では、それぞれ、温度上昇に伴い不純物からの キャリアの生成、および真性キャリアの生成が生じるために、(1.13)式に従い、導電率は上 昇し、抵抗率は低下する。以上のように金属と半導体は、温度に対して、逆の傾向を示す。

1.8 分子構造と極性

電子レンジは、英語でマイクロウェーブ(microwave)と呼ばれるように、2.45[GHz]のマイ クロ波の発信器であるマグネトロンを備えて、導波管で導かれたマイクロ波を食品に照射 するものである。このとき、食品中の水分子(H₂O)は有極性分子であり、その永久双極子が マイクロ波の 2.45[GHz]の電界の作用を受けて回転するが、電界の変化に追随できず、4.3.2 項で説明する**双極子分極**の誘電損失によるエネルギーの吸収と発熱の結果、加熱される。

1.9 結晶構造

右図 A のように、隣接する層からの反射波が強め合う条件は、それぞれの波の行程差が 波長の整数倍となることである。



図 A ブラッグ回折の条件

したがって、ブラッグ回折の条件として、

 $2d\sin\theta = m\lambda \,(\mathrm{m=\pm 1,2,3,\ldots)}_{\circ}$

を得る。

1.10 電子軌道と磁性

遷移金属や希土類元素において磁性に寄与するのは、それぞれ 3d 軌道や 4f 軌道である。 例えば、表 1.3 に示すように、強い磁性を示す Fe, Co, Ni において 3d 軌道は不完全殻構造 (3d^N4s², N=6,7,8)をとるため、電子スピンによる磁気モーメントが、互いに逆向きのスピ ンにより完全に打ち消されることなく、物質の磁性に寄与する。また希土類元素として強 力な永久磁石に含まれる Nd や Sm の電子配置も不完全殻構造(4f^N6s², N=4,6)をとる。

2.1 導電体(1)

(1)1 原子あたり1個の自由電子を放出するので、面心立方格子の単位格子辺りの原子の個数 が4個であることを考慮すれば、電子密度nは、以下のように計算できる。

$$n = \frac{4}{(0.3608 \times 10^{-9} \, [\text{m}])^3} = 8.52 \times 10^{28} \, [\text{m}^{-3}]$$

(2)Cu の導電率は表 2.1 より、室温 20 において、σ = 0.581 × 10⁸ [S/m]である。これより、
 (2.9) 式に示す、導電率σと移動度μとの間に成り立つ関係、

$$\sigma = ne\mu$$

を用いて、

$$\mu = \frac{\sigma}{ne} = \frac{0.581 \times 10^8 \,[\text{S/m}]}{8.52 \times 10^{28} \,[\text{m}^{-3}] \times 1.60 \times 10^{-19} \,[\text{C}]} = 4.26 \times 10^{-3} \,[\text{m}^2/(\text{V} \cdot \text{s})]$$

を得る。

2.2 導電体(2)

(1) (2.13)式において $f = \frac{\omega}{2\pi}$ の関係を用いると

$$\delta \cong \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma}} = \sqrt{\frac{1}{\pi f\mu_0\sigma}} = \sqrt{\frac{1}{3.14 \times 1.26 \times 10^{-6} \times f\sigma}}$$

である。表 1 より 20 における導電率 σ を読み取り、上式に代入すると、表皮厚さδとして Ag: δ = 2.02 [μm]、Au:δ = 2.46 [μm]、Cu: δ = 2.09 [μm]

を得る。

(2) 高周波領域での表皮効果を考慮した実効的な断面積 S'は、 $\delta \ll R$ のとき近似的に $2\pi r\delta$ である。このとき同一の材質の抵抗体の抵抗値 R'は、(2.14)式より断面積に反比例するので、 表皮効果が無視できる場合の低周波領域での抵抗値 R との比を取ると

$$\frac{R'}{R} = \frac{S}{S'} = \frac{\pi R^2}{2\pi R\delta} = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{\omega\mu_0\sigma}{2}} = \frac{R}{2} \sqrt{\pi f \mu_0 \sigma} \propto \sqrt{f}$$

これより、特に高周波領域での抵抗値は周波数fの平方根に比例して増加することが示された。

2.3 導電体(3)

同一の長さ l の Cu および Al の抵抗値 R が等しい場合、(2.14)式より、

$$R = \rho_{Cu} \frac{l}{S_{Cu}} = \rho_{Al} \frac{l}{S_{Al}}$$

であるから、

$$\frac{S_{Al}}{S_{Cu}} = \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = \frac{2.82 \times 10^{-8}}{1.72 \times 10^{-8}} = 1.64$$

で、Al線の断面積はCu線の約1.6倍になる。このときAlとCuの重量比を計算すると、

$$\frac{W_{Al}}{W_{Cu}} = \frac{2.70 \times 10^3 \text{ [kg/m^3]} \times S_{Al} \times l}{8.96 \times 10^3 \text{ [kg/m^3]} \times S_{Cu} \times l} = \frac{2.70 \times 10^3 \text{ [kg/m^3]}}{8.96 \times 10^3 \text{ [kg/m^3]}} \times 1.64 = 0.494$$

となる。したがって、重量比で見れば、むしろ約50%軽量化できることになる。

2.4 透明導電体(1)

(1) ランベルト - ベールの法則(2.25)式は、物質中を微小な長さ *dx* を通過したときの光の強度の減少 - *dI*、すなわち単位長さ当たりの吸収が入射光の強度 *I* に比例することを意味する。 その比例係数が、物質の固有量である吸収係数 α として表される。

(2) (2.25)式を変形して、積分すると、

$$\int \frac{dI}{I} = -\int \alpha dx$$

すなわち

$$\ln I = -\alpha x + 0$$

ここで、x=0で $I=I_0$ とすると、 $C = \ln I_0$ であるから、

$$\ln(I/I_0) = -\alpha x$$
$$\frac{I}{I_0} = \exp(-\alpha x)$$

これより、(2.26)式

$$I = I_0 \exp(-\alpha x)$$

を得る。

2.5 透明導電体(2)

(1)物質が透明であるということは、可視光線の波長である400~800 [nm]の範囲において、 その物質により吸収されることなく、透過するということである。禁制帯幅Egによりエネ ルギーの下限である光吸収端の波長、すなわち短波長側の限界波長が決まる。したがって、 禁制帯幅が

$$E = \frac{hc}{\lambda} [J] = \frac{hc}{\lambda e} = \frac{1.24 \times 10^3}{400} [eV] = 3.10 [eV]$$

より大きい物質である必要がある。

(2) 一方で長波長側のしきい値は、電磁波が追随可能な振動数の上限であるプラズマ振動数

$$f = \frac{\omega_p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{ne^2}{\varepsilon m_0}}$$

で決まる。簡単のため、 $\varepsilon = \varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} [F \cdot m^{-1}]$ 、 $\lambda = 800 [nm]$ として、キャリア密度 *n* を計算すると、

$$n = \frac{(2\pi)^2 \varepsilon m_0}{e^2} f^2 = \frac{(2\pi)^2 \varepsilon_0 m_0}{e^2} \left(\frac{c}{\lambda}\right)^2 = 1.75 \times 10^{27} \, [\text{m}^{-3}]$$

を得る。プラズマ振動数fは波長 λ に対して $f=c/\lambda$ という関係があるから、このキャリア密度を上限として、それ以下であればプラズマ振動による可視光線の反射は生じない。なお、 プラズマ振動数の計算においては、より厳密には m_0 ではなく有効質量 m^* を用いる。

2.6 ヒューズの溶断電流

t 秒間電流が流れた時に発生するジュール熱によるエネルギーは

$$H = RI^{2}t = \rho \frac{l}{\pi (d/2)^{2}}I^{2}t = Cl\left(\frac{l}{d}\right)t^{2}$$

で表わされる(C は定数)。ワイヤの温度は、発生するジュール熱と単位時間あたりに失われ る熱エネルギーの均衡により決まる。このとき、長さ*l*のワイヤから単位時間あたりに放射 により失われる熱量がワイヤの表面積に比例するとすれば、

$$H = C' \pi dlt$$

となる。したがって、両者を等しいとおいて、

$$Cl\left(\frac{l}{d}\right)^2 = C'\pi dl$$

これを整理すると、

$$I = \left(\frac{C'}{C}\pi d^3\right)^{\frac{1}{2}} = kd^{\frac{3}{2}}$$

を得る。

2.7 陰極材料(1):熱電子放出

(1) 金属表面を yz 平面で電子の熱電子放出により x 方向に放出されるとする。このとき電 子の運動量を $p_x = mv_x$ とおくと、その運動エネルギー $\frac{p_x^2}{2m}$ がそのしきい値 E_s を越える条件:

$$\frac{p_x^2}{2m} > E_s = \frac{p_{x0}^2}{2m}$$

を満たすと、金属表面から飛びだすことができる。 $p_x \ge p_x + dp_x$ の間にある金属の単位体積 当たりの電子数が $n(p_x)dp_x$ であるから、これに素電荷 e と速度 $v_x = \frac{p_x}{m}$ をかけると、運動量 p_x をもつ電子の電流密度となる。したがって、全電流密度は

$$J_s = \frac{e}{m} \int_{p_{x0}}^{\infty} n(p_x) p_x dp_x$$

で与えられる。ここで

$$n(p_x) = \int_{p_{x0}}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} n(p_x, p_y, p_z) dp_x dp_y dp_z$$
$$= \iiint_{-\infty}^{\infty} f(E) D(p_x, p_y, p_z) dp_x dp_y dp_z$$

ここで、f(E)はフェルミ-ディラックの分布関数であるが、 $E - E_F >> kT$ の関係が十分成り立つことから、マックスウェル-ボルツマン分布

$$f(E) = \exp\left(-\frac{E - E_F}{kT}\right)$$

で近似できる。また、運動量空間(p_x , p_y , p_z)における単位体積当たりの状態数が 2/h³である ことを考慮すると、 $E = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m}$ の関係を用いて、

$$n(p_x) = \frac{2}{h^3} \exp\left(\frac{E_F}{kT}\right) \exp\left(-\frac{p_x^2}{2mkT}\right) \times \iint_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{p_y^2 + p_z^2}{2mkT}\right) dp_y dp_z$$

を得る。ここで、公式 $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ax^2) dx = \sqrt{\pi/a}$ を利用して、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{p_y^2}{2mkT}\right) dp_y = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{p_z^2}{2mkT}\right) dp_z = (2\pi mkT)^{\frac{1}{2}}$$

であるので、これらをJ。の式に代入すると、

$$J_{s} = \frac{4e\pi kT}{h^{3}} \exp\left(\frac{E_{F}}{kT}\right) \int_{p_{x0}}^{\infty} \exp\left(-\frac{p_{x}^{2}}{2mkT}\right) p_{x} dp_{x}$$

を得る。ここで、 $p_x^2 = X$ と変数変換するとdX/d $p_x = 2p_x$ 等の関係を用いて、

$$\int_{p_{x0}}^{\infty} \exp\left(-\frac{p_x^2}{2mkT}\right) p_x dp_x = \frac{1}{2} \int_{p_{x0}}^{\infty} \exp\left(-\frac{X}{2mkT}\right) dX = -mkT \left[\exp\left(-\frac{X}{2mkT}\right)\right]_{p_{x0}}^{\infty}$$
$$= mkT \exp\left(-\frac{p_{x0}^2}{2mkT}\right)$$

したがって、熱電子放出による電流密度としてリチャードソン - ダッシュマンの式(2.28)

$$J_{s} = \frac{4\pi m_{0} ek^{2} T^{2}}{h^{3}} exp\left(-\frac{E_{s} - E_{F}}{kT}\right) = \frac{4\pi m_{0} ek^{2}}{h^{3}} T^{2} exp\left(-\frac{e\Phi_{M}}{kT}\right)$$

を得る。ここで m=m₀ とした。

(2) (2.30)式に素電荷、誘電率等の数値を代入して、(2.31)式に代入すると、

$$J_{s,E} = J_s \exp\left(\frac{\Delta W}{kT}\right) = J_s \exp\left(-\frac{e}{k}\sqrt{\frac{e}{4\pi\varepsilon_0}} \cdot \frac{\sqrt{E}}{T}\right)$$
$$= J_s \exp\left(-1.60 \times 10^{-19} \sqrt{\frac{1.60 \times 10^{-19} \times E}{4 \times \pi \times 8.85 \times 10^{-12}}} \cdot \frac{\sqrt{E}}{T}\right)$$
$$= J_s \exp\left(0.44 \cdot \frac{\sqrt{E}}{T}\right)$$

例えば、外部電界を加えることにより電流を2倍に変える場合には、

$$\frac{J_{sE}}{J_s} = \exp\left(0.44 \cdot \frac{\sqrt{E}}{T}\right) = 2$$

であるから、例えばフィラメント温度を T=2500 [K]とすると、電界Eとして、

$$E = \left(\frac{2500}{0.44} \times \ln 2\right)^2 = 1.55 \times 10^7 \text{ [V/m]}$$

を印加すればよい。

2.8 陰極材料(2):トンネル効果

(1)トンネル効果とは、電子が粒子であるとともに波としての性質を持つことにより、古典 力学の世界では見られない効果である。古典的な粒子像では飛び越えることが不可能なエ ネルギー障壁でも、波としての電子は障壁内に侵入し、障壁の厚みが極めて薄い場合には 通り抜けることができる。

(2) (2.32)式において

=

$$J = \frac{e^{3}E^{2}}{8\pi h e \Phi_{M}} exp\left(-\frac{8\pi\sqrt{2m_{0}}}{3heE}(e\Phi_{M})^{\frac{3}{2}}\right) = \frac{e^{2}E^{2}}{8\pi h \Phi_{M}} exp\left(-\frac{8\pi\sqrt{2m_{0}}}{3hE}\Phi_{M}^{\frac{3}{2}}\right)$$
$$1.54 \times 10^{-6} \frac{E^{2}}{\Phi_{M}} exp\left(-6.83 \times 10^{9} \frac{\Phi_{M}^{\frac{3}{2}}}{E}\right)$$

となる。したがって、 $\Phi_M = 4.52 \text{ [eV]}$ 、 $E=5.0 \times 10^9 \text{ [V/m]}$ のとき、ファウラー - ノルドハイム トンネリングによる電流密度として、 $J = 1.7 \times 10^7 \text{ [A/m^2]}$ を得る。

3.1 ドナーとアクセプタ

(1) kTを素電荷eで割ることにより以下の通り求められる。

$$\frac{kT}{e} = \frac{1.38 \times 10^{-23} J/K \times 300 K}{1.60 \times 10^{-19} C} = 0.0259 \text{ [eV]}$$

(2) シリコン中の不純物のドナーおよびアクセプタ準位は、表3.5に示すように、数+[meV] と室温のエネルギーと同程度の浅い準位であるため、不純物に捕らえられた電子や正孔な どのキャリアは、室温にて容易に伝導帯や価電子帯に励起される。このとき、出払い領域 にて一定のキャリア密度を示す。なお、ドナー、アクセプタ準位に対して、その他の不純 物や各種欠陥により禁制帯中央付近に形成されたエネルギー準位は、深い準位と呼ばれ、 キャリアの生成に寄与することなく、むしろキャリアの消滅に寄与する。

3.2 電子の有効質量の算出

まず群速度の式を時間 t で微分し、電子の加速度を計算すると、

$$a = \frac{dv_g}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk}\right) = \frac{1}{\hbar} \frac{d}{dt} \left(\frac{dE}{dk}\right) = \frac{1}{\hbar} \frac{d}{dk} \left(\frac{dE}{dt}\right)$$

を得る。一方、dtの間に外力 Fが作用することにより、群速度vgで移動する電子のエネル ギーが dE だけ増加したとすると、

$$\frac{dE}{dt} = Fv_g = F\left(\frac{1}{\hbar}\frac{dE}{dk}\right)$$

と表せる。これを加速度の式に代入すると、

$$a = \frac{1}{\hbar} \frac{d}{dk} \left\{ F\left(\frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk}\right) \right\} = \frac{F}{\hbar^2} \frac{d^2 E}{dk^2}$$

これをニュートンの運動方程式F = m*aと比較すると有効質量として

$$m^* = \left(\frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 E}{dk^2}\right)^{-1}$$

を得る。

3.3 直接遷移と間接遷移

可視領域の光の波数kの範囲は、

波長 400nm の場合、 $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{400 \times 10^{-9}} = 1.57 \times 10^7 [m^{-1}]$ 波長 800nm の場合、 $k = \frac{2\pi}{900 \times 10^{-9}} = 8.97 \times 10^6 [m^{-1}]$

であるから、その波数は以下の範囲にある。

 $8.97 \times 10^6 \le k \le 1.57 \times 10^7 \, [\text{m}^{-1}]$

一方で、ブリルアンゾーン境界での電子の波数は

$$k = \pm \frac{\pi}{a} = \pm \frac{\pi}{0.5 \times 10^{-9}} = 6.28 \times 10^9 \,[\text{m}^{-1}]$$

であるから、可視光領域の光波の波数に比べて 2-3 桁程度大きい。したがって、光吸収もし くは放出の際の状態の遷移において電子の波数に影響を与えない。

3.4 緩和時間

室温における真性 Si の電子および正孔の移動度として、

$$\tau_e = \frac{1}{e\mu_e} = \frac{1.60 \times 10^{-19} \times 0.145}{1.60 \times 10^{-19} \times 0.145} = 1.02 \times 10^{-11} \text{ [s]}$$
$$\tau_h = \frac{m_{ch}}{e\mu_h} = \frac{0.36m_0}{1.60 \times 10^{-19} \times 0.0450} = 4.56 \times 10^{-11} \text{ [s]}$$

を得る。

3.5 フェルミレベル(1)

 $\vec{x}(3.33) \qquad E_F = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{3}{4} kT ln\left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right)$

において、右辺第2項は室温 T=300 [K]において

$$\frac{3}{4}kT\ln\left(\frac{{m_h}^*}{{m_e}^*}\right) = \frac{3}{4} \times 0.0259[\text{eV}] \times \ln\left(\frac{{m_{dsh}}^*}{{m_{dse}}^*}\right)$$

表 3.2 より第1項が数 eV であるのに対して無視できる程度である。したがって、

$$E_F \cong \frac{E_c + E_v}{2}$$

より、フェルミレベルは禁制帯のほぼ中央に位置することがわかる。

3.6 フェルミレベル(2)

(1) (3.29)および(3.30)式を用いて、以下の計算により、(3.35)および(3.36)式を得る。

$$n = N_{c} \exp\left(-\frac{E_{c} - E_{F}}{kT}\right)$$

$$= N_{c} \exp\left(-\frac{E_{c} - E_{i}}{kT}\right) \exp\left(\frac{E_{F} - E_{i}}{kT}\right) = n_{i} \exp\left(\frac{E_{F} - E_{i}}{kT}\right) \qquad (3.36)$$

$$p = N_{v} \exp\left(-\frac{E_{F} - E_{v}}{kT}\right)$$

$$= N_{v} \exp\left(-\frac{E_{i} - E_{v}}{kT}\right) \exp\left(\frac{E_{i} - E_{F}}{kT}\right) = n_{i} \exp\left(\frac{E_{i} - E_{F}}{kT}\right) \qquad (3.35)$$

3.7 キャリア密度(1)

訂正:問題文1行目、(誤)(3.32)式→(正)(3.34)式

まず(3.31)式に示す N_c および N_v の温度依存性を考慮すると、

$$N_{c} = 2\left(\frac{2\pi m_{dse}^{*}kT}{h^{2}}\right)^{3/2} = 2.51 \times 10^{25} \left(\frac{m_{dse}^{*}}{m_{0}}\right)^{3/2} \left(\frac{T}{300}\right)^{3/2}$$
$$N_{v} = 2\left(\frac{2\pi m_{dsh}^{*}kT}{h^{2}}\right)^{\frac{3}{2}} = 2.51 \times 10^{25} \left(\frac{m_{dsh}^{*}}{m_{0}}\right)^{3/2} \left(\frac{T}{300}\right)^{3/2}$$

とあらわせる。表 3.2 を参照すると Si の場合、 $\frac{m_{dse^*}}{m_0}$ = 1.09、 $\frac{m_{dsh^*}}{m_0}$ = 1.15であるから、

$$N_c = 2.86 \times 10^{25} \times \left(\frac{T}{300}\right)^{3/2} [\text{m}^{-3}] \qquad N_v = 3.10 \times 10^{25} \times \left(\frac{T}{300}\right)^{3/2} [\text{m}^{-3}]$$

である。したがって、(3.34)式より真性キャリア密度n_iを求めると、

$$\begin{split} n_i &= \sqrt{2.86 \times 10^{25} \times 3.10 \times 10^{25}} \left(\frac{T}{300}\right)^{3/2} \exp\left\{-\frac{1.60 \times 10^{-19} \times (1.21 - 3 \times 10^{-4}T)}{2 \times 1.38 \times 10^{-23} \times T}\right\} \\ &= 2.97 \times 10^{25} \times \left(\frac{T}{300}\right)^{3/2} \exp\left(1.74 - \frac{7.01 \times 10^3}{T}\right) [m^{-3}] \end{split}$$

ここで、*E_g*として与えられているのは eV 単位であるので、J 単位にするには素電荷 e を掛ける必要がある。これを横軸 1/T、縦軸 log₁₀n_iのグラフにその関係を表すと図 B のようになる。250[K]から 1000[K]の変化に対して、キャリア密度が 10 桁にもわたって大きく変化することがわかる。



図 B Si の真性キャリア密度 n_iの温度依存性

3.8 キャリア密度(2)

(1) 表 3.1 に示された T=300[K]での値 E_g=1.43[eV]を用い、また表 3.2 に示された有効質量を 参照すると、(3.31)式より

$$N_{c} = 2.51 \times 10^{25} \left(\frac{m_{dse}^{*}}{m_{0}}\right)^{3/2} \left(\frac{T}{300}\right)^{3/2} = 2.51 \times 10^{25} \times (0.067)^{3/2} = 4.35 \times 10^{23} \text{ [m}^{-3]}$$
$$N_{v} = 2.51 \times 10^{25} \left(\frac{m_{dsh}^{*}}{m_{0}}\right)^{3/2} \left(\frac{T}{300}\right)^{3/2} = 2.51 \times 10^{25} \times (0.48)^{3/2} = 8.35 \times 10^{24} \text{ [m}^{-3]}$$

以上より、室温 T=300K におけるキャリア密度は、kT = 0.0259(eV)等を利用して、

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right) = \sqrt{4.35 \times 10^{23} \times 8.35 \times 10^{24}} \exp\left(-\frac{1.43}{2 \times 0.0259}\right)$$
$$= 1.95 \times 10^{12} [\text{m}^{-3}]$$

(2) 室温にてキャリアがすべて出払っていると仮定して、

$$p = n_i + N_A \cong N_A = 10^{22} \, [\text{m}^{-3}]$$

(3.32)式よりnp = n_i^2 であり、これは不純物半導体に対しても成り立つ関係である。よって、

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{n_i^2}{N_A} = \frac{(1.96 \times 10^{12})^2}{10^{22}} = 3.83 \times 10^2 \text{ [m}^{-3}\text{]}$$

3.9 キャリア密度(3)

室温にてキャリアがすべて出払っていると仮定して、

 $n = n_i + N_D - N_A \cong N_D - N_A = 10^{23} - 4 \times 10^{22} = 6 \times 10^{22} \text{ [m}^{-3]}$ したがって、

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{n_i^2}{N_D - N_A} = \frac{(1.21 \times 10^{16})^2}{6 \times 10^{22}} = 2.44 \times 10^9 \,[\text{m}^{-3}]$$

3.10 キャリア密度(4)

(1) 十分高温でドナーおよびアクセプタがイオン化すると、電子を放出もしくは電子を受け 取るので、自身はそれぞれ、正および負イオンになる。したがって、任意の巨視的領域に おいて正電荷と負電荷の密度が等しいという電気的中性条件は、

$$p + N_D = n + N_A$$

と表せる。

(2) 非縮退半導体においては、(3.32)式より

$$p = \frac{n_i^2}{n}$$

が成り立つことから、電気的中性条件の式に代入して、

$$\frac{{n_i}^2}{n} + N_D = n + N_A$$

整理すると、

$$n^2 - (N_D - N_A)n - n_i^2 = 0$$

n>0であることを考慮すると、キャリア密度*n*の二次方程式の解として、

$$n = \frac{N_D - N_A}{2} + \sqrt{\left(\frac{N_D - N_A}{2}\right)^2 + {n_i}^2}$$

を得る。

3.11 pn 接合

(3.42)式より、T=300 [K]での拡散電位V_Dとして、以下を得る。

$$V_D = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right) = 0.0259 \times \ln\left\{\frac{5.0 \times 10^{22} \times 2.0 \times 10^{21}}{(1.21 \times 10^{16})^2}\right\} = 0.706 \text{ [eV]}$$

4.1 誘電体とコンデンサの容量

平行平板コンデンサの容量は、式(4.39)で示されるように $C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{s}{a}$ である。したがって、 誘電率 $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ の大きな高誘電体材料を用いるのが、材料の物性面から容量 C を高める方法 である。一方、コンデンサの構造としては、誘電体の厚さdを小さくすることが考えられる が、同じ電圧でも厚さdが小さくなると電界が高くなり絶縁破壊等が生じやすく、電気的絶 縁の観点から限界がある。同時に表面積Sを上げるという方法がある。具体的には、誘電体 もしくは電極の表面を粗くして表面積を上げる。

具体的には、アルミニウム電解コンデンサは AI 電極を粗面化してから誘電体であるアル ミナを形成する。また、タンタル電解コンデンサではアルミナよりも誘電率εを上げるとと もに、タンタルの微粒子を焼結して粗面化し表面積Sを高めている。また、積層セラミック コンデンサでは、ミクロンレベルの薄膜化により数百層に積層し、表面積Sを高めると同時 誘電率εの大きな強誘電体であるチタン酸バリウムを用いている。

4.2 誘電体の高周波損失

例題 4.3 でみたように、誘電損失は、誘電正接tanδに比例すると同時に、周波数 f=2πω に 比例するから、高周波用で特に顕著になる。したがって、高周波用コンデンサ用の誘電体 材料では誘電正接tanδに配慮する必要がある。

4.3 電子分極

(訂正)問題文を以下の通り訂正してください。

(4.10)式を用いて、(削除)

(例題 4.1)より、電子分極率を α_e とすると、 $\mu_e = Zex = \alpha_e E$ であるから、

$$\mathbf{x} = \frac{\alpha_e E}{Ze} = \frac{0.2 \times 10^{-40} \times 100 \times 10^3}{2 \times 1.6 \times 10^{-19}} = 6.3 \times 10^{-18} \, [\text{m}]$$

4.4 物質の極性

O-H 結合や N-H 結合など、原子間の電荷の偏りによる永久双極子を分子構造内に有する 場合、有極性物質となる。例えば、液体のエチルアルコール(C₂H₃OH)や水(H₂O)、NH₃ は永 久双極子を有し、その非対称性、もしくは屈曲した分子形状から典型的な有極性物質とな る。これに対して、C-O など結合間に極性があっても、CO₂ などのような直線状の分子の場 合、逆向きの双極子モーメントが打ち消しあって極性を示さないので、**無極性物質**となる。

4.5 強誘電体メモリデバイス

現在、容量 32Kbit~256Kbit で、100ns オーダーの書き換え速度、10¹² 回の読み出し書き 込み耐性が可能な FeRAM が実用化されている。これらの特長を活かし FeRAM は IC カー ドや電子タグなどに使われている。また認証動作を多数回行うリアルタイム認証用のデバ イスではフラッシュメモリより高速動作が可能な FeRAM が主に使われている。DRAM の 読み出し書き込み耐性である 10¹⁵回には及ばないが、産業機器、車載機器、通信機器など に用いられている。

5.1 絶縁体のエネルギーバンド構造

図 5.1(a)に示すように価電子帯からの電子励起によるキャリアの生成を防ぐためには、禁 制帯幅 *E_g* が大きいことが重要である。また、図 5.1(b)に示すように電極からのキャリアの 注入を防ぐためには、電子や正孔に対する**エネルギー障壁の高さ**が大きいことが望ましい。

具体的には、絶縁体と金属が接する場合、金属のフェルミレベル *E_F* と伝導帯の端のエネ ルギー*E_c* との差が大きいことが重要である。また、絶縁体と半導体が接している場合、例 えば、絶縁体と *p* 型半導体の界面では絶縁体の価電子帯の上端 *E_v* と半導体の価電子帯の上 端 *E_v* の差が大きいことが重要である。

5.2 有機絶縁材料の合成法

有機絶縁材料の重合反応および縮重合反応としては、図 5.6 に示すポリエチレン(PE)や PET の他に、下記に示すような PP(ポリプロピレン) PTFE(ポリテトラフルオロエチレン)等の重合反応および PC(ポリカーボネート)の縮重合反応が挙げられる。

PP [-(C₃H₆)_n-]は、プロピレン(C₃H₆)を重合することにより得られる。また PTFE の場合、 テトラフルオロエチレン(tetrafluorethylene、C₂F₄)の重合体であり、重合反応により、-(C₂F₄)_n-を得る。

一方、PC はビスフェノール A[BPA、(CH₃)₂C(C₆H₄OH)₂]とホスゲン(二塩化カルボニル)の 反応において、下記のような縮合反応を伴う重合反応(**縮重合反応**)により得られる。



図 C ポリカーボネートの縮重合反応

5.3 絶縁用樹脂の特徴

熱硬化性樹脂として、フェノール樹脂(Phenolic)、エポキシ樹脂(Epoxy)、不飽和ポリエス テル(UP)、シリコーン樹脂(Silicone)が挙げられる。これらは、優れた電気的、機械的特性、 耐熱性を有し、1907年に発明されたベークライト(商品名)が有名である。

電気電子分野においては、フェノール樹脂は半導体の封止やプリント配線基板の積層用 等に用いられる。またエポキシ樹脂は、環状のエポキシ基を分子鎖の末端に有する樹脂で、 プレポリマーと硬化剤を型に入れて、加熱処理を行うことで硬化させることで成形される。 さらにガラス繊維などの充填材の添加により、性能を向上させることができる。エポキシ 樹脂は、**プリント配線基板、半導体封止材、トランス用注型材、コイル絶縁塗料**などに用 いられる。

熱可塑性樹脂としては、ポリエチレン(PE)、ポリプロピレン(PP)、ポリスチレン(PS)など が挙げられる。加熱すると軟化し、冷却すると元の硬さに戻る**熱可塑性**を有し、自由に成 型加工ができることから、幅広く用いられる。三次元的な分子構造を有する熱硬化性樹脂 と異なり、熱可塑性樹脂は単量体が一次元的に結合し、**鎖状構造**をとるため、熱的なエネ ルギーにより軟化する。

ポリエチレンは、低誘電率、低誘電正接、高絶縁耐力といった特徴を兼ね備えた代表的 な絶縁材料であり、電力ケーブルの主絶縁体である。ポリプロピレンは優れた機械的、電 気的特性から、コンデンサ用フィルムとして油浸絶縁に用いられる。また、ポリスチレン は低い誘電正接により、高周波用の絶縁材料やコンデンサ用フィルムとして用いられる。

5.4 エンジニアリングプラスチック

耐熱性が高く 100 以上の耐熱性と機械的強度を備えたエンジニアリングプラスチック (エンプラ)には、代表的な高分子の中でポリカーボネート(PC)やポリエステル(PBT、PET) などの汎用エンプラやポリイミド(PI)などのスーパーエンプラがある。特に電気絶縁材料 としてのエンプラは、PC の場合、表 5.2 に示すように熱可塑性樹脂の中でも優れた電気的 特性を有し、汎用エンプラとして唯一透明であることから、光ディスク基板に用いられる。

特にスーパーエンプラと呼ばれる PI は 350 と最も耐熱性が高く、汎用エンプラに比べ てコストは高いが、高温下での高い信頼性が求められる、小型電子機器における電子部品 の実装用にフレキシブルプリント回路用フィルムとして用いられる。PI は商標名が Kapton の名で知られ、1960 年代に DuPont 社により開発された長鎖ポリマーである。複数の芳香 族がイミド結合を介して剛直で強固な分子構造を持ち、イミド環構造が強い分子間力を持 つためにポリマー中で最高レベルの熱的、機械的、化学的性質を示す。

PIは、電気絶縁材(フレキシブルプリント配線板(FPC)、電動機絶縁、電線被覆)に加え、 半導体素子の表層保護膜や極低温での超電導応用、および航空・宇宙用途で広く使用され ている。

5.5 空間電荷制限電流

(1)絶縁体内の電流密度は、 $J = -en_e\mu E(x)$ と表せる。

(2)ポアソンの式、(5.9)式 $\frac{dE(x)}{dx} = -\frac{en_e}{\varepsilon_r \varepsilon_0}$ より

$$en_e = -\varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{dE(x)}{dx}$$

これを(1)の電流密度Jの式に代入して、

$$J(x) = \varepsilon_r \varepsilon_0 \mu E(x) \frac{dE(x)}{dx}$$

これを積分して、J(x)が位置 x に依存しないこと、空間電荷が蓄積される極限では、 E(x = 0) = 0であること(図 5.3 参照)などに留意して、

$$\int_{0}^{x} dx = \int_{E(0)}^{E(x)} \varepsilon_{r} \varepsilon_{0} \mu E dE$$

$$Jx = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu}{2} E(x)^2$$
、 すなわち $E(x) = \left(\frac{2Jx}{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu}\right)^{\frac{1}{2}}$

これをxについて x=0 から厚さdまで積分して、

$$V = \int_0^d E(x)dx = \left(\frac{2J}{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu}\right)^{\frac{1}{2}} \int_0^d x^{\frac{1}{2}} dx = \left(\frac{2J}{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{2}{3} d^{\frac{3}{2}}$$

これをJについて整理すると、空間電荷制限電流の式(5.10)式

$$J = \frac{9}{8}\varepsilon_r\varepsilon_0\mu\cdot\frac{V^2}{d^3}$$

を得る。

6.1 希土類イオンの磁性

表 6.3 に示すようにフントの規則に従い、希土類イオンの電子配置は 3 価のイオンの場合、 [Xe]4f^N(N=1~13)となる。以下に、Sm³⁺、Tb³⁺、および Er^{3+} の例を示す。



図 D 希土類イオン(Sm³⁺ , Tb³⁺, Er³⁺)の電子配置

6.2 結晶構造と磁性

面心立方格子は単位格子当たりの原子数が4個であることから、その原子密度Nは

$$N = \frac{4}{(0.352 \times 10^{-9})^3} = 9.17 \times 10^{28} [\text{m}^{-3}]$$

飽和磁化は $M_s = n\mu_{Ni}$ であるから、表 6.4 の T=0 [K]での M_s の値を参照して、

$$\mu_{Ni} = \frac{M_s}{N} = \frac{510 \times 10^3}{9.17 \times 10^{28}} = 5.56 \times 10^{-25} [\text{A} \cdot \text{m}^2]$$
および
$$\frac{\mu_{Ni}}{\mu_B} = \frac{5.56 \times 10^{-25}}{9.274 \times 10^{-24}} = 0.600$$

を得る。

6.3 磁化の異方性

$$(6.40) \vec{x} \,\mathcal{L} \,\mathcal{O}, \quad E_{a,100} = 0, \quad E_{a,110} = K_1 \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{K_1}{4} = \frac{-5.7 \times 10^3}{4} = -1.4 \times 10^3 \left[\frac{J}{m^3}\right]$$
$$E_{a,111} = K_1 \left\{ \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{K_1}{3} + \frac{K_2}{27}$$
$$= \frac{-5.7 \times 10^3}{3} + \frac{-2.3 \times 10^3}{27} = -2.0 \times 10^3 \left[\frac{J}{m^3}\right]$$

したがって、 $E_{a,100} > E_{a,110} > E_{a,111}$ であるから、容易軸は[111]、困難軸は[100]である。 ここで、[100]、[110]、[111]に対して、方向余弦($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$)は、それぞれ(1,0,0)、 $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$ 、 $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ であることを利用した。

6.4 軟磁性体の損失

(ヒステリシス損失) ヒステリシス損失は、図E のヒステリシス曲線を描くごとに生じる損失である。電源から磁性体に供給されるエネルギーは、図 E(a)CDEF と(b)FGC という経路 に分けて考えると、

$$W_h = \mu_0 \int_{CDEF} \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{M} + \mu_0 \int_{FGC} \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{M}$$

と与えられる。第1項は、このとき、C→Dの経路においてH > 0, dM < 0であるから負(赤部分の面積)、D→E→Fの経路においてH < 0, dM < 0であるから正(青部分の面積)となる。一方、FGCの経路においては、F→GでH < 0 dM > 0であるから負(赤部分の面積) G→C $\iota H > 0$, dM > 0で正(青部分の面積)となる。以上より差し引きすると、この曲線により囲まれる μ -プの面積がヒステリシス曲線を描いた時のエネルギーとなるので、

$$W_h = \mu_0 \oint \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{M}$$

と表せる。



(a) 経路 CDEF

(b)経路 FGC

図 E 強磁性体における磁界 //と磁化 //の関係、磁化曲線 (ヒステリシスループ)。

(渦電流損失)図 F(a)に示すように磁性体のある領域(縦 w、横 d、長さ l)を貫く、一様な磁 束密度が、以下の式のように角周波数ωで時間的に変化をしているものとする。

$$B(t) = B_m \sin \omega t$$

図 F(b)のように x 座標を取ると、右半分(x>0)の断面 (縦 w、横 x)と鎖交する磁束 φは、 $\phi(x,t) = (wx)B_m \sin\omega t$

と変化する。長さがw、断面積がldxの短冊状の領域の両端に誘起される電圧Aeは、

$$\Delta e = -\frac{d\phi}{dt} = -wx\omega B_m \cos\omega t$$

となる。ここで、長さがw、断面積が $l\Delta x$ の領域の抵抗 R は、その抵抗率を ρ として、

$$R = \rho \frac{w}{l\Delta x}$$

で表せるので、この領域で消費される電力*Ap*は、電圧*Ax*と電流*Ai*の積で表され、

$$\Delta p = \Delta e \Delta i = \frac{(\Delta e)^2}{R} = \frac{l}{\rho w} (w \omega B_m \cos \omega t)^2 x^2 \Delta x$$

となる。したがって、0<x<w/2の部分で消費される電力は、

$$p = \int_0^{d/2} \Delta p dx = \frac{lw}{\rho} (\omega B_m \cos \omega t)^2 \int_0^{d/2} x^2 dx = \frac{lw d^3 \omega^2 B_m^2 \cos^2 \omega t}{24\rho}$$

その1周期あたりの消費電力の時間平均を取ると、

$$\langle p \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{lw d^3 \omega^2 B_m^2}{24\rho T} \int_0^T \cos^2 \omega t dt = \frac{lw d^3 (2\pi f B_m)^2}{48\rho}$$

が得られる。ここで、 $\omega = 2\pi f$ という関係を用いた。対称性から-d/2<x<d/2 の領域の体積 wld で消費電力2(p)を割ると、その単位体積あたりの消費電力として

$$W_e = \frac{2\langle p \rangle}{wld} = \frac{\pi^2 d^2 B_m^2 f^2}{6\rho}$$

を得る。ここで厚さ d を t と置き換えれば、(6.39)式と一致する。



(a) **直方体と鎖交する磁束密度***B*(*t*)

図 F 導体中と鎖交する磁束による渦電流損失の計算

6.5 フェライト系磁性体の組成と磁性

Zn は A サイトに入りやすく Fe³⁺が B サイトに押し出されることを考慮すると、スピンの 向きは、 { Fe³⁺_{1-x}Zn²⁺_x ↓}_{8a} および { $M^{2+}_{1-x}\uparrow Fe^{3+}_{1+x}\uparrow$ }_{16d} となることを考慮して、組成式当たり の磁化は、Fe³⁺_{1-x}Zn²⁺_x [$M^{2+}_{1-x}Fe^{3+}_{1+x}$]O₄ という組成を考慮して、

 $-(1-x)5\mu_{B} + x \cdot 0 + \{(1-x) \cdot m_{M}\mu_{B} + (1+x) 5\mu_{B}\} = \{(10-m_{M})x + m_{M}\}\mu_{B}$ となる。

6.6 永久磁石のパーミアンス

(6.41)式より、反磁界H_aは反磁界係数Nを用いて

$$H_d = -NM_d$$

と表せる。また(6.2)式にて、 $H = H_d$ とおいて

$$B = \mu_0(H_d + M_d)$$

これらより、M_dを消去すると、

$$B = \mu_0 \left(H_d - \frac{H_d}{N} \right) = \frac{N-1}{N} \mu_0 H_d$$

となる。これをパーミアンス係数の式(6.44)に代入すると、(6.45)式:

$$P_c = -\frac{B_d}{\mu_0 H_d} = \frac{1-N}{N}$$

を得る。

6.7 巨大磁気抵抗効果

トンネル磁気抵抗(TMR)比は(6.46)式を利用して、

$$\mathrm{TMR} = \frac{\rho_{AP} - \rho_P}{\rho_P} = \frac{\rho_P^{-1} - \rho_{AP}^{-1}}{\rho_{AP}^{-1}} = \frac{\Gamma_P - \Gamma_{AP}}{\Gamma_{AP}} = \frac{D_{1u}D_{2u} + D_{1d}D_{2d} - (D_{1u}D_{2d} + D_{1d}D_{2u})}{D_{1u}D_{2d} + D_{1d}D_{2u}}$$

と表される。一方で、スピンの偏りは(6.47)式を用いて

$$P_1 = \frac{D_{1u} - D_{1d}}{D_{1u} + D_{1d}}$$
 および $P_2 = \frac{D_{2u} - D_{2d}}{D_{2u} + D_{2d}}$

であるから、これらを用いると

$$P_1 P_2 = \frac{D_{1u} - D_{1d}}{D_{1u} + D_{1d}} \cdot \frac{D_{2u} - D_{2d}}{D_{2u} + D_{2d}} = \frac{D_{1u}D_{2u} + D_{1d}D_{2d} - (D_{1u}D_{2d} + D_{1d}D_{2u})}{(D_{1u} + D_{1d})(D_{2u} + D_{2d})}$$
$$1 - P_1 P_2 = 1 - \frac{D_{1u}D_{2u} + D_{1d}D_{2d} - (D_{1u}D_{2d} + D_{1d}D_{2u})}{(D_{1u} + D_{1d})(D_{2u} + D_{2d})} = \frac{2(D_{1u}D_{2d} + D_{1d}D_{2u})}{(D_{1u} + D_{1d})(D_{2u} + D_{2d})}$$

等の関係が得られる。これらを TMR の式に当てはめると、

$$\text{TMR} = \frac{2P_1P_2}{1 - P_1P_2}$$

となり、ジュリエールの式(6.48)が得られた。

6.8 磁気抵抗メモリ

MRAM は、磁性体中のスピンの反転を用いるという点で、揮発性メモリである DRAM と 同等の高速性と書き変え耐性があるため、同じく不揮発性メモリである FeRAM よりも優れ る。しかしながら、磁界を用いた反転による従来の MRAM の場合、高密度化すると磁化の 反転に必要な磁界が小さくなってしまうために、16Mbit 程度である。これに対して、スピ ン注入により磁化を反転させるスピン RAM であれば、より微細化した MRAM の動作が可 能となることから**不揮発性と高密度、低消費電力性**を備えたメモリとしての利用が期待さ れている。

- 7.1 ロンドン方程式
- (1) マックスウェル方程式(アンペールの法則):

 $rot \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{J}$

の両辺の回転(rotation)を取り、整理すると、

rot rot $\boldsymbol{B} = -\nabla^2 \boldsymbol{B} = \mu_0 \operatorname{rot} \boldsymbol{J}$

となる。ここで

 $\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{B} = \nabla (\nabla \cdot \boldsymbol{B}) - \nabla^2 \boldsymbol{B}$

および

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = \boldsymbol{0}$$

の関係を利用した。これに**ロンドン方程式:**rot $J = -\frac{B}{\Lambda}$ を代入し、Jを消去すると、

$$\nabla^2 \boldsymbol{B} = \mu_0 \frac{\boldsymbol{B}}{\Lambda} = \frac{\boldsymbol{B}}{\lambda_L^2} \tag{7.9}$$

を得る。ここでλ_Lは次式で表され、長さの次元を有する。

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{\Lambda}{\mu_0}} = \sqrt{\frac{m_s}{\mu_0 n_s e^2}}$$

(2)ロンドンの侵入深さ λ_L を見積もるにあたって、 λ_L の中の具体的な各数値を与える必要がある。超伝導電子の質量 m_sを電子質量 m₀=9.11×10⁻³¹kg、n_s として典型的な自由電子密度 n_e=10²⁸[m⁻³]を仮定すると、 $\lambda_L \sim 5 \times 10^{-8}$ [m] 程度と推定される。

7.2 超電導体

(1) 一般的にソレノイドなどにおいては、輸送電流と磁界 H は互いに直交するから、第2種 超電導体に侵入した磁束量子 ϕ_0 は輸送電流Jに対して直交する。したがって、磁束量子 ϕ_0 に はローレンツ力として、単位長さあたり $f = J \times \phi_0$ という力が作用することになり、その力 の向きは図 7.4 に示すとおりである。

(2) ファラデーの電磁誘導の法則により、磁束密度 *B* を速度*v*で横切る電流により生じる電 界は $E = B \times v$ と表せる。したがって、電界の向きは磁束密度 *B*、すなわち磁束量子のベク トル Φ_0 と速度*v*、すなわちローレンツ力*f*のベクトルの外積 $\Phi_0 \times f$ で決まることになり、こ れは図 7.4 に示すとおり、輸送電流*J*の向きと一致する。したがって、磁束量子 Φ_0 の運動は、 輸送電流*J*の方向に対して、単位長さあたり $E = B \times v$ の電圧降下をもたらすことになるので、 電力損失となる。

8.1 光子エネルギーと周波数

(8.3)式より、hv = $\frac{hc}{\lambda}$ [J] = $\frac{hc}{e\lambda}$ [eV]であるから、1.0 [eV]の光子エネルギーを有する光子の波長として、

$$\lambda = \frac{hc}{eE} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 2.998 \times 10^8}{1.602 \times 10^{-19} \times 1} = 1.240 \times 10^{-6} \text{ [m]}$$

を得る。また、波数 k と波長λとの関係より、

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1.240 \times 10^{-6}} = 5.068 \times 10^{6} \text{ [m}^{-1}\text{]}$$

が得られる。

8.2 波動方程式

媒質の導電率はゼロ、すなわち $\mathbf{j}_c = 0$ 、かつ、媒質中に空間電荷は存在せず $\rho = 0$ とすると、(8.4a)~(8.4d)式は以下のように表せる。

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \qquad (8.4a),$$
$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\mu \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} \qquad (8.4b),$$
$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = 0 \qquad (8.4c),$$
$$\nabla \cdot \boldsymbol{H} = 0 \qquad (8.4d),$$

ここで $D = \varepsilon E$ および、 $B = \mu H \varepsilon \Pi$ いた。(8.4b)'式の両辺の回転($\nabla \times$)をとると

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{E} = \nabla \times \left(-\mu \frac{\partial H}{\partial t}\right)$$

左辺: $\nabla \times \nabla \times E = \nabla(\nabla \cdot E) - \nabla^2 E$ ここで(8.4c)'式を用いた。

右辺:
$$-\mu \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times H) = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \left(\varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} \right) = -\varepsilon \mu \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

ここで、(8.4a)'式を用いた。

以上より、

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (8.5a)$$

を得る。ここで、(8.6)式の関係 $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ を用いた。

同様に(8.4a),式の両辺の回転($\nabla \times$)をとるなどして、

$$\nabla^2 \boldsymbol{H} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \boldsymbol{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (8.5b)$$

を得る。

8.3 光ファイバの構造とモード

(8.20)式より、比屈折率差ムは

$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} = \frac{1.460^2 - 1.455^2}{1.460^2} = 3.419 \times 10^{-3}$$

となる。ここで、SMF に対してのシングルモード条件は、p.183 より規格化周波数 V に対し て V < 2.4 が成り立つことである。そこで(8.21)式より

$$V = \frac{2\pi a n_1}{\lambda} \sqrt{2\Delta} < 2.4$$

という条件を満たす必要がある。したがって、

$$a < \frac{2.4\lambda}{2\pi n_1\sqrt{2\Delta}} = \frac{2.4 \times 1.55 \times 10^{-6}}{2\pi\sqrt{1.460^2 - 1.455^2}} = 4.91 \times 10^{-6}$$
 (m)

であるから、コア半径 a を 4.9µm 未満とすればよい。

8.4 光ファイバ用材料

光ファイバの伝搬損失は、一般に、コア材料における短波長側の**電子遷移吸収、レイリ 一散乱、**および長波長側の分子振動吸収により決まる。本文中、p.182、図 8.3 に示すよう に、光ファイバの主たる原料である石英の最低の伝搬損失波長は 1.55 μm にある。その損失 は 0.2 dB/km で 100km オーダーの光信号伝送に利用可能であるため、幹線系を中心に光フ ァイバ通信に用いられる。この 1.5 μm 帯を中心に、1.3 μm 帯から 1.6 μm 帯の広範囲での近 赤外域で利用されている。

一方、図 8.7 に示すように PMMA 製のプラスチック光ファイバは、0.65µm の可視域に最低損失波長があり、その損失も 125 dB/km と比較的高い。この場合、線路長が数十 m 程度の屋内配線等で用いられる。また、その最低損失波長を長波長側に移行させるため、C-H 結合を C-F 結合に変化させた全フッ素化ポリマーコアを用いた光ファイバもある。

8.5 光ファイバ増幅器

光ファイバ増幅器の原理は、例えば、希土類添加光ファイバの場合、半導体レーザ励起 下で反転分布状態にある希土類添加ファイバ中の Er³⁺、Pr³⁺、Tm³⁺などの励起状態から、信 号光の入射により誘導放出が生じ増幅光が得られる。その他にも、誘導散乱現象を利用し たファイバラマン増幅器もある。

光ファイバ増幅器のメリットは、光信号から電気的な信号への変換を経ることなく、光 信号をそのまま増幅できる点である。光信号を電気的に行う場合、光検出器、増幅器、半 導体レーザ等が必要となるが、光ファイバ増幅器に必要なのは励起用半導体レーザのみで あり、構造の単純化による**信頼性の向上**、電気的な増幅の周波数帯域に制限されないこと による**高速化**、などが挙げられる。

8.6 ダブルヘテロ構造

発光素子である LD(Laser Diode)には、一般に電子 - 正孔の再結合確率の高い、直接遷移 型半導体である III -V 族などの化合物半導体が用いられる。特にダブルヘテロ結合は、混晶 半導体と呼ばれ、格子定数がほぼ一致する混晶系、例えば GaAlAs の混晶系の Ga_{1-x}Al_xAs を 用いて禁制帯の異なる半導体を組成比 x に応じて組み合わせる。

ダブルヘテロ構造においては、キャリアの再結合確率を高めるため、禁制帯幅の狭い材料を禁制帯幅の広い材料ではさむことでポテンシャルの井戸を形成し、電子および正孔を閉じ込める。これは、同種半導体の接合(ホモ接合)では不可能で、上記のように混晶系を用いた禁制帯幅の異なる異種の半導体同士の接合(ヘテロ接合)により初めて実現可能となる。さらに光学的には、屈折率が高い領域を低い領域で閉じ込め、全反射による導波路としての構造を実現している。これによりレーザ発振を高効率で実現できるため、輝度の高い半導体レーザの開発が進んだ。

8.7 光電効果の種類

内部光電効果とは、半導体などに禁制帯幅以上のエネルギーを持つ光子が光吸収されて キャリアの生成とその移動による光電流や起電力の発生を利用する。光伝導セルや pn 接合 を有するフォトダイオードや太陽電池などにおいて利用される。一方で、外部光電効果は、 金属や半導体などにおいて、その表面から仕事関数を超えた光電子が物質の外部に取り出 されて、その電子を外部回路で増倍するなどして、信号として捕まえる光電子増倍管など がある。

8.8 音響光学効果

訂正:問題文中(8.24)→(8.26)、(8.25)→(8.27)

入射光、回折光、音波の運動量ベクトルは、それぞれ $\hbar k_i$ 、 $\hbar k_d$ 、 $\hbar k_s$ である。運動量保存則より、音波により与えられた運動量は光の回折前後の運動量変化に等しく、

 $\hbar \mathbf{k}_d - \hbar \mathbf{k}_i = \hbar \mathbf{k}_s$

すなわち、(8.26)式

 $k_d = k_i + k_s$

を得る。入射光、回折光、および音波のエネルギーは、 $\hbar\omega_i$ 、 $\hbar\omega_d$ 、および $\hbar\omega_s$ である。回 折前後のエネルギー保存則より $\hbar\omega_d = \hbar\omega_i + \hbar\omega_s$ であるから、(8.27)式として、

 $\omega_d = \omega_i + \omega_s$

を得る。

8.9 磁気光学効果

(8.40)式を用いてファラデー回転角を求めると、

 $\theta_F = VlH = 2.175 \times 10^{-2} [min./A] \times 0.30 [m] \times 10^6 [V/m] = 6525 [min.] = 108.75^\circ$ を得る。ここで角度の単位 degree (°) =60min.(分)である。

8.10 偏光の種類

例えば、直交する二つの直線偏光の電界

$$\mathbf{E}_{x} = \mathbf{i}_{x} E_{x} = \mathbf{i}_{x} A_{x} \cos(\omega t - kz + \delta_{x})$$
$$\mathbf{E}_{y} = \mathbf{i}_{y} E_{y} = \mathbf{i}_{y} A_{y} \cos(\omega t - kz + \delta_{y})$$

同士を重ね合わせた場合、加法定理[$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta$]により

$$\frac{E_x}{A_x} = \cos(\omega t - kz + \delta_x) = \cos(\omega t - kz)\cos\delta_x - \sin(\omega t - kz)\sin\delta_x$$
$$\frac{E_y}{A_y} = \cos(\omega t - kz + \delta_y) = \cos(\omega t - kz)\cos\delta_y - \sin(\omega t - kz)\sin\delta_y$$

であり、これらを

$$\frac{E_x}{A_x}\sin\delta_y - \frac{E_y}{A_y}\sin\delta_x = \cos(\omega t - kz)(\sin\delta_y\cos\delta_x - \sin\delta_x\cos\delta_y) = \cos(\omega t - kz)\sin(\delta_y - \delta_x)$$
$$\frac{E_x}{A_x}\cos\delta_y - \frac{E_y}{A_y}\cos\delta_x = \sin(\omega t - kz)(\sin\delta_y\cos\delta_x - \sin\delta_x\cos\delta_y) = \sin(\omega t - kz)\sin(\delta_y - \delta_x)$$
と変形して、両辺を2乗して和をとると、

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 - 2 \cdot \frac{E_x}{A_x} \frac{E_y}{A_y} \left(\sin\delta_y \sin\delta_x + \cos\delta_y \cos\delta_x\right) = \sin^2(\delta_y - \delta_x)$$

となる。ここで、 $\delta = \delta_x - \delta_y$ と置くと、

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 - 2 \cdot \frac{E_x}{A_x} \frac{E_y}{A_y} \cos\delta = \sin^2\delta$$

を得る。この式は、長軸と短軸が x 軸と y 軸から傾いた一般的な楕円を示す。すなわち直線 偏光の組み合わせが、一般的には、楕円偏光になることを示している。

特に $A_x = A_y = A_0$ で、かつ $\delta = \delta_x - \delta_y = \pi/2$ となるような直線偏光を重ね合わせれば、 $E_x^2 + E_y^2 = A_0^2$

なる円偏光となることがわかる。

その他にもδ = 0であれば、

$$\left(\frac{E_x}{A_x} - \frac{E_y}{A_y}\right)^2 = 0$$

であるから、 $\frac{E_y}{E_x} = \frac{A_y}{A_x}$ 、すなわち光波の電界が、y軸から

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{A_y}{A_x} \right)$$

だけ、傾いた直線偏光になることがわかる。

8.11 LED 照明

LED が照明に用いられた場合にもたらされるメリットは、機能的にも経済的にも大きい。 その特徴は、省電力(約1/5~1/8)、長寿命(20,000~40,000時間)である。したがって、第 1の省電力という特徴を活かせば、一般家庭での電気冷蔵庫の消費電力の割合14%に次いで、 13%の消費を占める(2009年度、資源エネルギー庁調べ)、照明による電力消費を大幅に削 減できることになる。2点目の長寿命に関しては、定格寿命が40,000時間の製品の場合、10 時間/日で約10年間の使用が可能である。従来型の白熱電球(40Wで約1000時間。10時間/ 日で3,4ヶ月程度)や蛍光灯(約6000時間、10時間/日で約2年)に比べると寿命が格段に 長くなる。その他にも、LED 照明には、比較的効率の高い蛍光灯のように環境負荷物質で ある水銀を含まないなどのメリットがある。

8.12 光記録

相変化型光ディスクにおいて情報の書込み、読出し光記録は、GeSbTe 系などの記録材料 における結晶相と非晶質相との相変化を利用している。相変化にはレーザダイオードの集 光による記録面の加熱を利用しており、書込みには記録材料の融点を超えた溶融・急冷に よる非晶質化、消去にはゆっくりとした加熱(アニール)で消去する。記録信号の読出しには 書き込み・消去よりもさらに低いレーザパワーで行う。

8.13 光記録密度

光記録密度に寄与するのは、単位面積当たりの記録密度である。したがって、書き込み 読み出しのための光源である LD(Laser Diode)のスポットサイズを小さくすることにより、 記録密度を上げることができる。そこで回折限界の式(8.41)より、レンズの開口数 NA に反 比例し、スポットサイズは光源の波長に比例するので、LD の発振波長を**短波長化**すること により、記録密度の向上が図られる。