

情報ネットワークの基礎 [第2版]

演習問題解答 (2014 年 12 月 26 日更新)

更新履歴

- 追記 (2014 年 12 月 26 日)

問題	追記内容
第 2 章 2	[補足説明：累積的 ACK と SACK オプション], [演習例題 2.2]
第 7 章 2	[補足説明：パケット遅延]
第 7 章 3	[解説：アドレスとルーティング]

- 演習問題解答 [初版] 掲載 (2013 年 11 月 10 日)

第 1 章

1

- (1) 情報の獲得/創生, 処理/変換, 表示/出力, 送受信 (本文 p.2 参照)
- (2) 端末から送出された情報の伝送, 交換, 処理/変換 (本文 p.6 参照)
- (3) 主な障害は, 情報の遅延, 誤り, 欠落である. 音声伝送では, 遅延によって音声情報が相手に届くのが遅くなり, 会話の応答性が損なわれる. また, 遅延の揺らぎや, 音声情報の誤りと欠落によって, 音声の内容が識別しにくくなる.

2 WAN は, 電話網でいえば, 市外回線部分まで含んだものを意味し, MAN は市内回線部分に相当するといえよう. 一方, LAN は一つの建物や敷地内のネットワークであり, 最大距離は数 km 程度のものである. WAN と MAN の構築には, 電気通信事業者の設備・サービスを利用するのが普通であるのに対し, LAN は自前の設備で構築する (本文 p.8 参照).

3 ポイントツーポイントチャネルネットワークは、1 対の送信機と受信機が通信を行う通常の通信回線を用いたものであり、既存の有線 WAN はほとんどすべてがこれに属する。この種のネットワーク構築に伴う主要技術課題の一つは、どのようなネットワークトポロジーを採用するかである。

一方、放送形ネットワークは、一つの端末 (局) が送出した信号が他のすべての端末 (局) によって受信されるようなネットワークである。グローバルビームを用いた静止衛星通信網、ケーブルを用いた LAN や、無線 LAN、携帯電話網などの地上無線通信網が放送形ネットワークとなる。このネットワークでは、すべての端末が一つの通信回線を共有使用する。そのため、この通信回線共有のための手順、すなわち、メディアアクセス制御 (MAC) プロトコルが重要な技術課題となる (本文 pp.9-10 参照)。

第 2 章

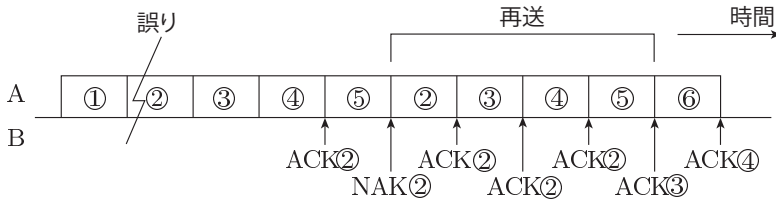
1

- (1) 受信側におけるデータの一時記憶装置 (バッファ) において溢れ (オーバフロー) が起こらないように、送信側がデータ送信のペースを調整すること。
- (2) コネクション型通信: 信頼性の高い通信を行えるが、通信オーバーヘッドが大きい (例: TCP など)。コネクションレス型通信: 信頼性が低い、通信オーバーヘッドが小さい (例: UDP など)。
- (3) データリンクレベル以上では、プロトコル実行のために、PCI を付与する必要がある、その分、実際の送信情報が減少する。さらに、物理層で生じた誤りを回復するために、データリンクレベル以上で再送による誤り回復を行う。このとき最初に送信された誤り PDU のビットは、スループットの計算には加えられない。さらに、フロー制御を行う場合には、受信側からの送信許可が来なければ、送信側は送信できない場合もあり、その間は通信回線は使用されない。そのため、伝送されるビット数は増加せず、スループットの減少となる。

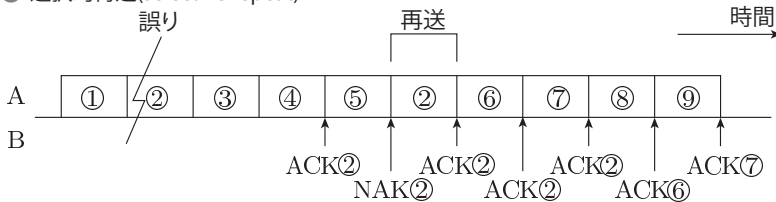
以上の議論から明らかなように、一般に、物理層から上の階層に行くほど、その階層のスループットは下の階層のものよりも低くなる (これは、手取りの給与が、額面よりも相当少なくなることと同じである)。したがって、システムの仕様書にスループットの値が記載してあっても、どの階層でのスループットであるかに注意しなければならない。

2

● GBN(go-back-N)



● 選択的再送(selective repeat)



[解説] 本問題で設定している条件は、後の章で紹介する標準化プロトコル (HDLC や TCP) が対象としている現実のものとは異なっていることをお断りしておく。これは、2 種類の ARQ 方式の特徴に焦点を絞って、状況を単純化したためである。

本問題の解答として、誤りが生じた 2 番目の送信データ②以降に受信したデータに対して、局 B(受信側) が返送する ACK/NAK の方法に、二通りが考えられる。上記の図は、その内の一つを採用した解答を示したものである。

この解答例 (第 1 の方法) では、2 番目の送信データ②の誤りに対して、局 B は、まず、NAK②を一度返送し、再送データが届きその成否 (本問題では必ず正しく受信されると仮定しているが) が分かるまでは、ACK②を返送し続けるとしている。局 B は、再送データ②を受信すると、その時点で次に受信を期待している送信データ番号 (GBN では③、選択的再送では⑥) を付した ACK を返送する。なお、NAK に付けるデータ番号は、誤りが検出された送信データの番号とする。GBN の場合は、これは次に受信を期待している送信番号に等しい。本問題の条件 (誤りが生じるのは送信データ②の 1 回目の送信のみ) の下では、選択的再送の場合も同様である。

第 2 の方法として、局 B が最初に NAK②を送信した後、再送データ②を正しく受信するまで NAK②を送り続けることが考えられる。このようにすると、局 A(送信側) が 2 度目以降の NAK②を受信したときにどのような動作を取るかを決めておかなければならない。再送データ②も誤りが生じたと判断して、さらに再送を行うということが考えられるからである。一方、本問題では、再送データに誤りは生じないと

仮定しているので、局 A は、2 度目以降の NAK②を無視すると決めれば問題の条件とは整合する。

本問題の条件を離れて、現実の状況を考えると、局 A が ACK/NAK を受信するタイミングは、本問題の条件のように、常に一定時間後ということはほとんどない。一般的には、局 A は、その時々局 B との往復伝搬遅延時間を正確には知りようがない。そのため、同じ NAK②を受け取ったとき、それが最初の送信データ②に対するものか、再送データ②に対するものであるかを区別する術がない。

そこで、局 B が返送するのは、1 回目に NAK②、2 回目以降は ACK②としておけば、局 A は 1 回目はデータ②に誤りが生じたが、再送分については局 B はまだ結果が分からず、データ②を待っていると判断できる。もし再送データも誤りが生じれば、そのときは、局 B は NAK②を返すことになる。なお、最初の NAK②が伝送中に失われ、局 A に届かない場合も現実にはありうる。この場合には、局 A は ACK②を受信し続けることになるので、実際にはデータ②をタイムアウト再送することになる(本問題では、タイムアウト再送の機能は想定していない)。

第 1 の方法は、上記のような現実の状況に、より近いと考えられるため、本解答ではこれを図示した。

参考のために、現実には起こりうるさらに厄介な状況として、複数個の送信データが連続して誤る(例えば、データ②、③、④)ことへの対処方法にも触れておこう。この状況では、NAK には、GBN 用と選択的再送用の 2 種類を定義する必要がある。第 6 章で紹介する HDLC では、GBN 用の NAK を REJ(Reject)、選択的再送用を SREJ(Selective Reject)と呼んでいる。REJ に付けられた番号は、その番号を含めて以降の番号のデータの再送を意味する。一方、SREJ には、単独データの誤りにはそのデータ番号を記載し、複数連続誤りの場合には再送の範囲(開始番号、終了番号)を記すことができるようになっている。このため、SREJ は監視フレームの中で唯一、情報部を持つことが許されている。

[補足説明：累積的 ACK と SACK オプション] 教科書本文や本問題で採用しているように、ACK 番号(受信シーケンス番号)を“連続して正しく受信しているデータの送信シーケンス番号の最高値+1”と定義する方式を、累積的 ACK(cumulative ACK)と呼ぶ。累積的 ACK とタイムアウト再送との組合せが、HDLC や TCP などの標準化プロトコルで採用されている典型的な基本 ARQ 方式である(NAK は、通常、オプションである)。しかし、この組合せでは、不連続ではあるが正しく受信されたデータの送信シーケンス番号は ACK には反映されないため、送信側でのタイムアウト再送が生じやすくなるという欠点がある。このことは、GBN のみならず選択的再送においても起こる。

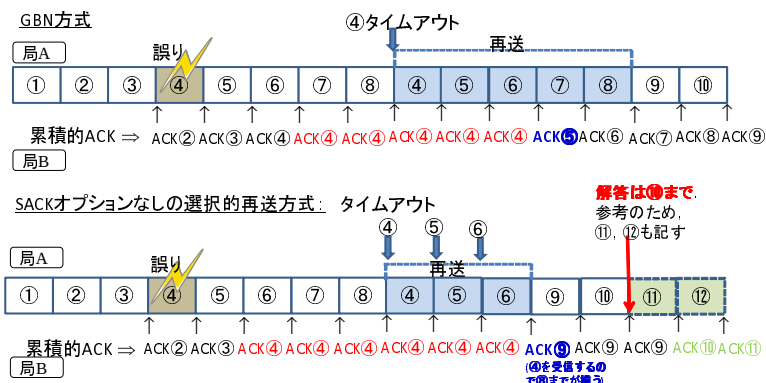
この欠点を解消するための方法が **SACK(Selective ACK) オプション**を用いた選択的再送方式である。これは、累積的 ACK 番号に加えて、それを超えるシーケンス番号で正しく受信されているデータの番号も送達確認情報として返送するものである。例えば、TCP の SACK オプション (RFC 2018, RFC 2883) では、TCP ヘッダのオプション部に、累積的 ACK 番号より大きな番号で正しく受信されたオクテット範囲を記すことができる。

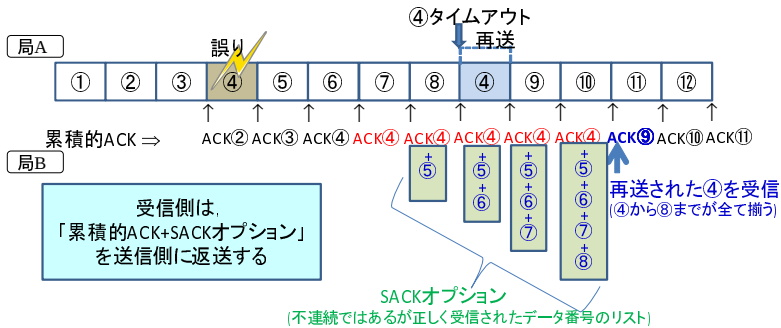
なお、SACK オプションは正しく受信されたデータの送達確認 (ACK) であるのに対して、前述の SREJ は誤ったデータの情報 (NAK) であることに注意されたい。

次の [演習例題 2.2] は、SACK オプションを用いた選択的再送方式により、累積的 ACK・タイムアウト再送 ARQ における再送がどのように減少するのかを示す。

[演習例題 2.2] 二つの局 A,B が全二重回線で接続されている。局 A から局 B へ連続的に固定長のデータを送信するものとする。局 B は、一つの受信データに対して必ず一つの ACK(累積的 ACK) を返送する。局 A は、GBN, 選択的再送のいずれかの ARQ 方式によりタイムアウト再送を行う。4 番目のデータ (④) に伝送誤りが生じたとして、局 A におけるデータと ACK の送受の様子を、2 種類の ARQ 方式の各々について図示せよ。選択的再送 ARQ 方式では、SACK オプションなしの場合とオプションありの場合の二通りを答えよ。ただし、局 A が 1 個のデータを送信し終えてからそれに対する ACK を受信し終えるまでには、伝搬遅延や局 B での処理時間を含め、2 個のデータを送信するのに要する時間がかかる (ACK は小さく、その受信時間は無視できる)。タイムアウト値は、4 個のデータを送信するのに要する時間に設定している。また、再送データに誤りは生じないものとする。図は、10 番目のデータ (⑩) の送信終了 (その時点で受信される ACK を含む) まで書くこと。

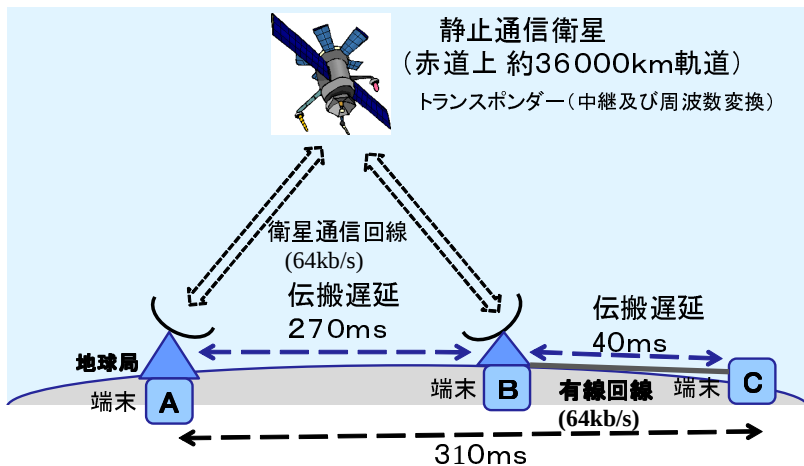
[演習例題 2.2 解答]



SACKオプションを用いた選択的再送方式

上図に示すように、GBN方式では、④にタイムアウトが生じて、④から⑧までが再送されている(最初に送信される⑤から⑧までは局Bで廃棄される)。SACKオプションなしの選択的再送方式においては、④に加えて、⑤と⑥でもタイムアウトが生じ、④、⑤、⑥が再送される(再送分の⑤と⑥は、局Bで廃棄される)。SACKオプションを用いると、タイムアウト再送は④のみとなり、⑤と⑥が再送されることはない。

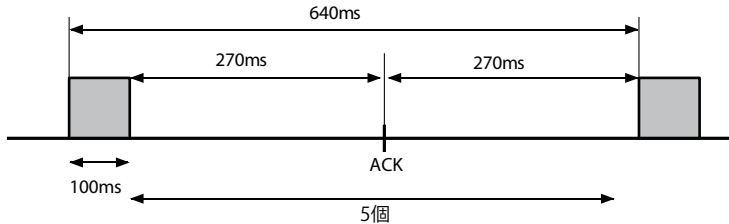
3 問題における端末、地球局、静止通信衛星の関係は、次の図のようになる。



まず、一つの 800 オクテット長フレームを送信するために要する時間を計算すると、

$800 \times 8[\text{bit}]/64000[\text{b/s}] = 100[\text{msec}]$ となる.

- (1) 端末 A から端末 B へのデータ伝送の場合には、通信衛星を介した往復遅延時間は、 $270 \times 2 = 540\text{ms}$ である. ACK の作成及び送信時間は無視できるので、衛星回線上には、最大 $540/100=5.4$ 個、したがって 6 個のフレームが存在することができる.



1 フレームを送信し始めてから ACK を受け取るまでの時間は、上図より 640ms となる. したがって、ウィンドウサイズが 6 フレーム以下の場合には衛星回線に空きが生じるが、7 フレーム以上の場合には、回線は 100% 使用される.

ウィンドウサイズが 1 のとき

640ms 毎に 1 フレーム ($800 \times 8=6400[\text{bit}]$) が送信される. したがって、最大スループットは

$$6400[\text{bit}]/640[\text{ms}] = 10[\text{kb/s}]$$

となる.

ウィンドウサイズが 5 のとき

同様に、最大スループットは

$$6400 \times 5[\text{bit}]/640[\text{ms}] = 50[\text{kb/s}]$$

となる.

ウィンドウサイズが 10, 100 のとき

衛星回線上に存在できる最大フレーム数よりもウィンドウサイズが大きいので、最大スループットは 64kb/s となる.

- (2) 端末 A から端末 C へデータを送る場合には、片道遅延は衛星通信回線の伝搬遅延と有線回線の伝搬遅延との和となるので、 $270 + 40 = 310\text{ms}$ となる. 往復遅延は、 $310 \times 2 = 620\text{ms}$ である. ACK の作成及び送信時間は無視できるので、端末間には、最大 $620/100=6.2$ 個、したがって、7 個のフレームが存在することができる. 1 フレームを送信し始めてから ACK を受け取るまでの時間は、720ms となる. (1) と同様に、ウィンドウサイズが 7 フレーム以下の場合には衛星回線に空きが生じることとなる. [答] 8 フレーム以上

第 3 章

1 基本的要因として、周波数帯域幅と信号対雑音電力比とが挙げられる。

例えば、矩形パルスを用いてビット列を伝送する場合を考えよう。情報伝送速度を上げるためには、まず、一定の時間内にできるだけ多くのパルスを詰め込む方法がある。しかし、多くのパルスを詰め込もうとすると、そのパルス幅が狭くなり、信号の周波数スペクトルが増大する。与えられた伝送路が伝送可能な周波数帯域幅は限られているので、狭くできるパルス幅には限界があるのである。

情報伝送速度向上の別の方法として、一つのパルスにできるだけ多くのビットを表現させることがある。具体的には、その振幅が取り得る値を多くすればよい。しかし、多値パルスを用いると、雑音に加わる通信路では、異なる振幅値の区別が難しくなる。すなわち、利用可能な信号電力と伝送路に加わる雑音を与えられたときに、誤りが少ないビット伝送を行うためには、それに応じて取り得る振幅値の種類を制限しなければならないのである (本文 p.54 参照)。正弦波を用いた伝送においても同様のことが成立する。

[補足説明] 参考のため、シャノンによって導出された加法性白色ガウス雑音通信路の通信路容量 C [b/s] の式を、次に記しておく。

$$C = W \log_2 \left(1 + \frac{S}{N_0 W} \right)$$

ここで、 W は通信路の周波数帯域幅 [Hz]、 S は送信信号の平均電力 [Watt]、 N_0 は白色ガウス雑音の電力スペクトル密度 [Watt/Hz] である。

上式は、通信路容量 C が周波数帯域幅 W と信号対雑音電力比 (SNR) $\frac{S}{N_0 W}$ の単調増加関数であることを示している。

2 非同期システム (調歩同期方式) と同期システムがある。

非同期システムでは、キャラクタ (文字) 単位で伝送が行われ、ビット同期に加えて、キャラクタの区切りを検出するキャラクタ同期も同時に取られる。任意の時点で、送信側の信号レベルを、通常、高レベルから低レベルへ一定期間変化させる (スタートビット) ことによってキャラクタの送信開始を受信側に知らせる。1 キャラクタ伝送後に再び高レベルに復帰し一定期間持続する (ストップビット) ことによってキャラクタの送信終了とする。1 キャラクタ伝送するために、スタートビットとストップビットを必要とするため、伝送効率が低下する。また、高速通信には不向きである。

一方、同期システムでは、一定周期のクロックの指定された時点でビットやキャラクタが発生する。受信側では、通常は受信情報からビットタイミングのためのクロック

クを抽出してビット同期を取る．キャラクタ同期は，ビットを復号した後，特定のビットパターンを持つ符号を検出することによって取られる．高速伝送向きであり，現在のデジタル通信のほとんどは，この方式を採用している．(本文 pp.59-60 参照)

3 単流 NRZ は計算機内におけるバス上での伝送，単流 RZ は光海底ケーブル通信の強度変調 (OOK)，複流 NRZ は RS232C，バイポーラは N-ISDN で用いられている．

4 64 値 ($64 = 2^6$) では，1 回の変調で 6 ビットを送信するので， $32 \times 6 = 192\text{kb/s}$ となる．

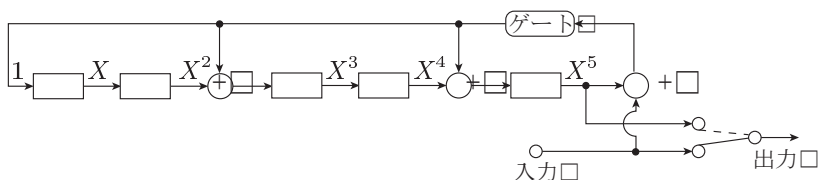
5

- (1) 電話音声信号の最大周波数は， 4kHz であるので，標本化周波数は $4 \times 2 = 8\text{kHz}$ (標本化周期 $= \frac{1}{8\text{kHz}} = 125\mu\text{s}$) となる (本文 p.66)．1 標本 8 ビットの量子化であるので，ビット伝送速度は， $8 \times 8 = 64\text{kb/s}$ となる．
- (2) $(8[\text{bit}] \times 24 + 1)/125\mu\text{s} = 1.544\text{Mb/s}$ ．PCM1 次群は，米国では，T1 と呼ばれている．

第 4 章

1

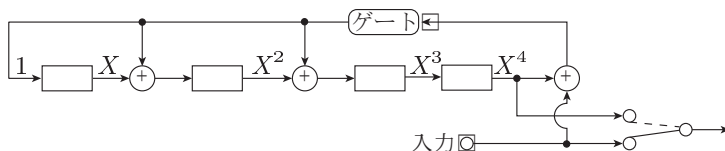
(1) 下図



(2) $(\underbrace{01100}_{\text{パリティ}} \underbrace{0001010011}_{\text{情報}})$

2

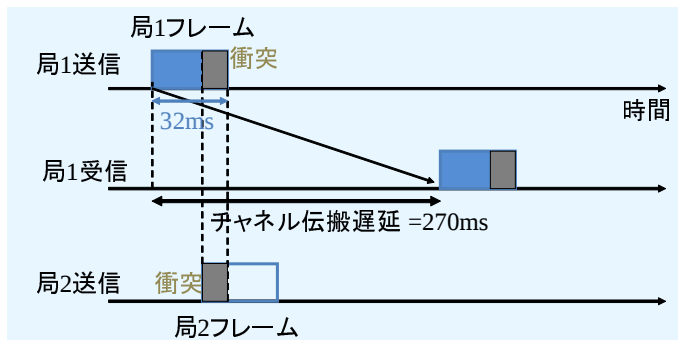
(1) 下図



第 5 章

1

- (1) ランダムアクセス方式では、各局がランダムにフレームの送信を行うため、フレームの衝突が生じる。フレーム衝突が生じた局は、再衝突を避けるために、それぞれが独立に発生させたランダムな時間だけフレーム再送を遅らせるという方法 (バックオフ) を採用している。バックオフにおいて、再送遅延の平均値が小さすぎると、再送されたフレーム同士または再送フレームと新たに送信されたフレームが衝突する可能性が高くなる。こうして、再送フレームが増えてゆくと、それにつれてさらに衝突が頻繁になる。この正のフィードバック効果により、最終的にはフレームの正常な送信ができなくなってしまう。このような衝突によるチャンネルの飽和現象が起こり得るシステムは不安定であるという。そして、これを安定性問題と呼ぶ。(本文 pp.85-86 参照)
- (2) 1 フレーム伝送時間 ($512 \times 8 / 128 = 32\text{ms}$) は、チャンネル伝搬遅延 270ms よりもきわめて短いので、スロット時間要件を満足していない (本文 p.88 参照)。そのため、下図に示すように、フレーム送信中に、他局はそのフレームのキャリアセンスや衝突検出ができない。したがって、純アロハと同様の動作になって回線利用効率は低くなる。



2

- (1) 二つの局の間でトークンを受け渡しするのに必要な時間は、 $50/100=0.5\text{ms}$ である。8ms だけデータフレームを送信した後、直ちに隣の局にトークンを送り出すので、最大利用効率は、 $8/(8+0.5)=0.941$ となる。
- (2) $4/(4+0.5)=0.889$

3 p.100 に記しているように、1Gb/s でのスロット時間は、512 オクテットである。p.103 の TBEB アルゴリズムより、 $n = 5$ のとき、0 から $(2^5 - 1) \times 512 \times 8 = 126976$ ビット。 $n = 12$ のとき、0 から $1023 \times 512 \times 8 = 4190208$ ビット。

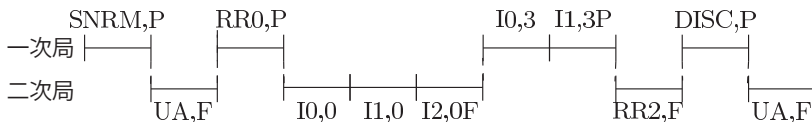
4 DCF はランダムアクセス (CSMA) であり、PCF はポーリングである (p.109 参照)。

隠れ端末対処方法には、NAV (Network Allocation Vector) がある。これは、DCF では、RTS/CTS やデータフレーム、PCF ではビーコンフレームで設定される (p.111 参照)。

第 6 章

1 任意のビットパターンの送信を可能にするため、“1” が 5 個連続した後、送信側で“0”を挿入、受信側で削除する。(本文 P.122 参照)

2



[解説] まず、二次局からデータの送信を行うのであるから、一次局は、データリンクの確立 (“SNRM,P” と “UA,F” のやりとり) 直後に、二次局に送信許可を与えなければならない。それには、一次局は、P ビットを 1 にした RR コマンドを送信すればよい。RR コマンドには受信シーケンス番号を設定しなければならないので、0 とする。したがって、一次局の送信コマンドは、“RR0,P” と書くことができる。

二次局は、それを受けて 3 個の I フレームを送信するが、6.1.5 項 (本文 p.123) で説明したように、3 番目の I フレームでは必ず F=1 とする (I2,0F)。

“I2,0F” を受信した一次局は、送達確認をしなければならない。規則的には、一次局は “RR3” を送ることもできるが、本問題では、“送達確認は最も効率的な形で必ず行う” としているので、次に一次局から送信する I フレームの受信シーケンス番号に 3 を設定すればよい。すなわち、“I0,3” を送信する。一次局は、2 番目の I フレーム (最後の I フレーム) を送信するときには、P=1 としておかなければならない。これは、二次局が、送達確認 “RR2,F” を送信できるように許可を与えるためである。

3 図 6.2(p.120) より、左端ビットが 0 であるのは I フレームである。 $b_5 = 1$ であるから、P/F=1。送信シーケンス番号 ($b_2b_3b_4 = 011$) は右の方が上位ビットであるので、6 である。同様に、受信シーケンス番号 ($b_6b_7b_8 = 110$) は、3 である。

第 7 章

$$1 \text{ [答]} \quad p = \sqrt{\frac{hx}{k-1}}$$

[証明]

送信されるパケットの個数は x/p 個 (前提より正整数) となる.

まず, 各パケットは, 本問題の条件の下では, 図 7.4(p.133) に示すように, 1 個のルータを通過する毎に 1 パケット伝送時間分の遅延が生じることに注意しよう.

送信元での全パケットの総送信時間は,

$$\frac{p+h}{b} \times \frac{x}{p} = (p+h) \frac{x}{bp}$$

となる. $k-1$ 個のルータでの転送遅延の総和は, ルータ 1 段毎に 1 パケット送信時間分の遅延が生じるため,

$$\frac{(k-1)(p+h)}{b}$$

となる. 従って, 総遅延は次のようになる.

$$(p+h) \frac{x}{bp} + \frac{(k-1)(p+h)}{b}$$

総遅延を p の関数として $f(p)$ で表す (ただし, 前提より x/p は正整数である).

$$f(p) = (p+h) \frac{x}{bp} + \frac{(k-1)(p+h)}{b}$$

$$= \frac{x}{b} + \frac{hx}{bp} + (k-1) \frac{p}{b} + (k-1) \frac{h}{b}$$

実際には p は正整数であるが, $f(p)$ の最小値を求めるため, p を実数とみなし, $f(p)$ を p で微分可能と仮定する. $f(p)$ を p で微分すると, 次のようになる.

$$\begin{aligned} \frac{df(p)}{dp} &= -\frac{hx}{bp^2} + \frac{k-1}{b} \\ &= -\frac{hx}{b} \left(\frac{1}{p^2} - \frac{k-1}{hx} \right) \\ &= -\frac{hx}{b} \left(\frac{1}{p} + \sqrt{\frac{k-1}{hx}} \right) \left(\frac{1}{p} - \sqrt{\frac{k-1}{hx}} \right) \end{aligned}$$

$p > 0$ なので, $\frac{df(p)}{dp} = 0$ となるのは,

$$p = \sqrt{\frac{hx}{k-1}}$$

のときである. また,

$$p > \sqrt{\frac{hx}{k-1}}$$

のとき, $\frac{df(p)}{dp} > 0$ であるので,

$$p = \sqrt{\frac{hx}{k-1}}$$

で $f(p)$ は最小値をとる.

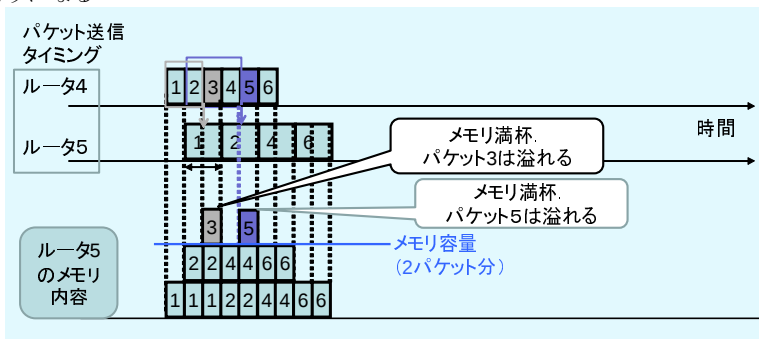
2 5760 オクテットのメッセージは, 6 個の 960 オクテットのペイロードに分割されるため, 端末 A では 1000 オクテット長 (960+ヘッダ長 40) のパケットが 6 個 (パケット 1~6) 作られる. 一つのルータが持つパケット蓄積用メモリ 2000 オクテットは, 2 パケット分となる.

1 パケットの伝送時間は, 端末 A からルータ 5 までの各回線では, $(960 + 40) \times 8[\text{bit}] / 8[\text{Mb/s}] = 1 \text{ ms}$ となる. したがって, メッセージの最初のビットを含むパケットが, 端末 A からルータ 5 に届くまでの時間は, 5ms となる.

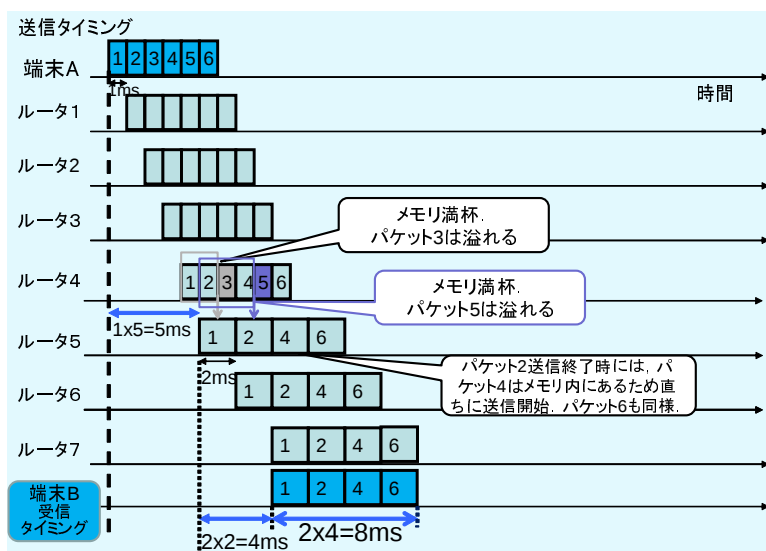
一方, ルータ 5 から端末 B までの各回線における 1 パケット伝送時間は, $(960 + 40) \times 8[\text{bit}] / 4[\text{Mb/s}] = 2 \text{ ms}$ となる.

したがって, ルータ 1 から 4 までの各ルータでは, 常にメモリに 1 パケットを蓄積し, それを出力回線に送出しつつ入力回線で次のパケットを受信している状態にある (第 1 パケットと第 6 パケットは別). そのため, 各ルータでは高々 2 パケット分のメモリ (2000 オクテット) が使用されている.

一方, ルータ 5 では, パケットの送出時間が 2 倍 (2ms) となるため, 後続のパケットが到着する度に使用されるメモリが増えてくる. メモリ内のパケットの状態は, 次のようになる



タイミング	ルータ 5 のメモリ内にあるパケット (パケット番号)
パケット 1 受信終了	1
パケット 2 受信終了	1 (出力中), 2
パケット 3 受信開始	1 (出力中), 2 メモリ満杯のためパケット 3 をメモリに書き込めない
パケット 3 受信終了	2
パケット 4 受信終了	2(出力中), 4
パケット 5 受信開始	2(出力中), 4 メモリ満杯のためパケット 5 をメモリに書き込めない
パケット 5 受信終了	4
パケット 6 受信終了	4 (出力中), 6



上の表と図より、ルータ 5 では、パケット 3 受信開始時にメモリが満杯のため、パケット 3 はメモリから溢れて欠落することが分かる。ルータ 5 では、パケット 2 送信終了時点でパケット 4 が既にメモリ内にあるので、直ちにこれが送信開始される (コネクションレス型であるため、パケット番号のチェックはしていない)。同様に、パケット 5 は受信開始時にメモリが満杯のため、メモリから溢れて欠落する。パケット 4 送信終了時点でパケット 6 が既にメモリ内にあるので、直ちにこれが送信開始される。

ルータ 6 と 7 では、ルータ 1 から 4 までと同じ状況である．すなわち、最初と最後のパケット以外では、メモリに 1 パケットを蓄積し、それを出力回線に送出しつつ入力回線で次のパケットを受信している．

このように、端末 B では、パケット 1, 2, 4, 6 が連続して受信される．

また、端末 B が最後のパケットを受信し終えるまでの時間は、図に示すように、 $5+4+8=17\text{ ms}$ となる．

[補足説明：パケット遅延] 前出の「ルータ 5 のメモリ内容」の図を見れば、ルータ 5 で受信されたパケットの遅延 (ルータで受信され始めてから出力が終わるまでの時間) が容易に分かる．時間軸に沿って該当する箱 (1ms 長) を数えると、パケット 1 は 3ms, パケット 2, 4, 6 は、いずれも 4ms である．すなわち、ルータ 5 における最大パケット遅延は、4ms となる．これは、先着順 (FIFO) サービス順序においては、常にメモリが満杯の状態で入力されるパケットは、入力時に自分の前にあるパケット (今の状況では 1 パケット分) が送信を終わり且つ自分自身も送信が終わるまでに時間 (合計 2 パケット送信時間 $= 2 \times 2\text{ ms}$) だけメモリ内に滞在するからである．更に一般的な議論は、10.4 節を参照されたい．

3

(1) 起動直後のルーティングテーブル

ルータ A			ルータ B			ルータ C		
宛先	次ホップ	ホップ数	宛先	次ホップ	ホップ数	宛先	次ホップ	ホップ数
NW-1	直接接続	0	NW-2	直接接続	0	NW-3	直接接続	0
NW-2	直接接続	0	NW-3	直接接続	0	NW-5	直接接続	0

ルータ D			ルータ E		
宛先	次ホップ	ホップ数	宛先	次ホップ	ホップ数
NW-2	直接接続	0	NW-4	直接接続	0
NW-4	直接接続	0	NW-5	直接接続	0

(2) 起動から 30 秒後のルーティングテーブル

ルータ A

宛先	次ホップ	ホップ数
NW-1	直接接続	0
NW-2	直接接続	0
NW-3	3	1
NW-4	5	1

ルータ B

宛先	次ホップ	ホップ数
NW-2	直接接続	0
NW-3	直接接続	0
NW-1	2	1
NW-5	7	1
NW-4	5	1

ルータ C

宛先	次ホップ	ホップ数
NW-3	直接接続	0
NW-5	直接接続	0
NW-2	4	1
NW-4	10	1

ルータ D

宛先	次ホップ	ホップ数
NW-2	直接接続	0
NW-4	直接接続	0
NW-1	2	1
NW-3	3	1
NW-5	9	1

ルータ E

宛先	次ホップ	ホップ数
NW-4	直接接続	0
NW-5	直接接続	0
NW-3	8	1
NW-2	6	1

(3) 起動から 60 秒後のルーティングテーブル

ルータ A

宛先	次ホップ	ホップ数
NW-1	直接接続	0
NW-2	直接接続	0
NW-3	3	1
NW-4	5	1
NW-5	3	2

ルータ B

宛先	次ホップ	ホップ数
NW-2	直接接続	0
NW-3	直接接続	0
NW-1	2	1
NW-5	7	1
NW-4	5	1

ルータ C

宛先	次ホップ	ホップ数
NW-3	直接接続	0
NW-5	直接接続	0
NW-2	4	1
NW-4	10	1
NW-1	4	2

ルータ D

宛先	次ホップ	ホップ数
NW-2	直接接続	0
NW-4	直接接続	0
NW-1	2	1
NW-3	3	1
NW-5	9	1

ルータ E

宛先	次ホップ	ホップ数
NW-4	直接接続	0
NW-5	直接接続	0
NW-3	8	1
NW-2	6	1
NW-1	6	2

(4) NW-3 の端末とは 30 秒後, NW-5 の端末とは 60 秒後

[解説：アドレスとルーティング] 本章では，第 2 章で設定した“基本的問題 (3) アドレス解決とルーティング”の内，ルーティングアルゴリズムに焦点を合わせた説明を行っている．ルータアドレスとルーティングとの関係は簡略化してある．そのため，ルーティング表における各行のエントリを，“宛先ネットワーク”，“出力先”，“宛先までのホップ数”の三つにしている．中でも，“出力先”については，図 7.12 と例題 7.2 では“選択する出力回線”，本問題では“次ホップ”としていて，別のパラメータを用いている．

ルーティングとアドレスとの関係を厳密に規定しようとするならば，現ルータでの出力回線アドレスと次に送るべきルータのアドレスとは区別する必要がある．すなわち，実装においては，ルータのインタフェース毎にアドレスが付けられることが多く，一つのルータが複数個のアドレスを持つ (典型的には，IP の場合)．

本章ではアドレス問題を明示的には取り上げていないので，上述のような簡略表現とした．アドレスとの具体的な関係は，第 8 章の IP ルーティングで説明する．

本演習問題において，ルーティング表における“出力先”の指定を，“次ホップルータ”と“出力インタフェース”の組合せにした場合の解答を以下に示す．

(1) 起動直後のルーティング表(参考のため，ルータAのものも記す)

ルータA				ルータB				ルータC			
宛先	次ホップルータ	出力インタフェース	ホップ数	宛先	次ホップルータ	出力インタフェース	ホップ数	宛先	次ホップルータ	出力インタフェース	ホップ数
NW-1	直接接続	1	0	NW-2	直接接続	3	0	NW-3	直接接続	7	0
NW-2	直接接続	2	0	NW-3	直接接続	4	0	NW-5	直接接続	8	0

ルータD				ルータE			
宛先	次ホップルータ	出力インタフェース	ホップ数	宛先	次ホップルータ	出力インタフェース	ホップ数
NW-2	直接接続	5	0	NW-4	直接接続	9	0
NW-4	直接接続	6	0	NW-5	直接接続	10	0

(2) 起動から30秒後のルーティング表

ルータA				ルータB				ルータC			
宛先	次ホップルータ	出力インタフェース	ホップ数	宛先	次ホップルータ	出力インタフェース	ホップ数	宛先	次ホップルータ	出力インタフェース	ホップ数
NW-1	直接接続	1	0	NW-2	直接接続	3	0	NW-3	直接接続	7	0
NW-2	直接接続	2	0	NW-3	直接接続	4	0	NW-5	直接接続	8	0
NW-3	3	2	1	NW-1	2	3	1	NW-2	4	7	1
NW-4	5	2	1	NW-5	7	4	1	NW-4	10	8	1
新規到着				NW-4	5	3	1				

ルータD				ルータE			
宛先	次ホップルータ	出力インタフェース	ホップ数	宛先	次ホップルータ	出力インタフェース	ホップ数
NW-2	直接接続	5	0	NW-4	直接接続	9	0
NW-4	直接接続	6	0	NW-5	直接接続	10	0
NW-1	2	5	1	NW-3	8	10	1
NW-3	3	5	1	NW-2	6	9	1
NW-5	9	6	1				

(3) 起動から60秒後のルーティング表

ルータA				ルータB				ルータC			
宛先	次ホップ ルータ	出力インタ フェース	ホップ 数	宛先	次ホップ ルータ	出力インタ フェース	ホップ 数	宛先	次ホップ ルータ	出力イン タフェース	ホップ 数
NW-1	直接接続	1	0	NW-2	直接接続	3	0	NW-3	直接接続	7	0
NW-2	直接接続	2	0	NW-3	直接接続	4	0	NW-5	直接接続	8	0
NW-3	3	2	1	NW-1	2	3	1	NW-2	4	7	1
NW-4	5	2	1	NW-5	7	4	1	NW-4	10	8	1
NW-5	3	2	2	NW-4	5	3	1	NW-1	4	7	2

新規到着

ルータD				ルータE			
宛先	次ホップ ルータ	出力インタ フェース	ホップ 数	宛先	次ホップ ルータ	出力インタ フェース	ホップ 数
NW-2	直接接続	5	0	NW-4	直接接続	9	0
NW-4	直接接続	6	0	NW-5	直接接続	10	0
NW-1	2	5	1	NW-3	8	10	1
NW-3	3	5	1	NW-2	6	9	1
NW-5	9	6	1	NW-1	6	9	2

4

- (1) 輻輳制御は、ネットワーク全体または一部で、輻輳（混みあい）を回避（予防）または解消するための制御である。一方、フロー制御は、本来、受信端末でバッファオーバーフローが起こらないように、送信端末がパケット送信を調整するものである。したがって、送受信端末間の制御であり、ネットワーク全体または一部を対象とするものではない。しかし、フロー制御は、ネットワークに流入するパケット量を調整するので、輻輳制御としても有効であると考えられる。（本文 pp.153–154 参照）
- (2) トラフィックシェーピングは、送信端末でパケットの送信レートを均一にすることによって、大量のパケットが短時間にネットワークに流入することを防ぐものである。具体例として、リーキバケットアルゴリズムが挙げられる。（本文 p.154 参照）

第 8 章

1

- (1) [答] 1500 オクテット長のものが 5 個と 508 オクテット長のものが 1 個

[説明]

送信ホストのネットワークでは、最大 1500 オクテットの IP データグラムにカプセル化されて、UDP データグラムが伝送される。この時、IP ヘッダ長が 20、UDP ヘッダ長が 8、最大 UDP データ長が 1472 オクテットとなる。したがって、7840 オクテットは $1472 \times 5 + 480$ となるので、送信ホストは 5 個の 1500 オクテット長 IP データグラムと 1 個の 508 オクテット長 IP データグラム、すなわち、合計 6 個の IP データグラムによりデータを送信することになる。

- (2) [答] 500 オクテット長のものが 16 個、60 オクテット長のものが 5 個、及び、28 オクテット長のものが 1 個

[説明]

1500 オクテット長 IP データグラムの IP ペイロードは、1480 オクテット (UDP データグラム) となるので、 $1480 (= 480 \times 3 + 40)$ より、これは受信ホストにおいて 3 個の 500 オクテット長 IP データグラムと 1 個の 60 オクテット長 IP データグラムになる。同様に、508 オクテット長 IP データグラムは、 $488 (= 480 \times 1 + 8)$ より、1 個の 500 オクテット長 IP データグラムと 1 個の 28 オクテット長 IP データグラムとなる。したがって、500 オクテット長の IP データグラムは $16 (= 5 \times 3 + 1 \times 1)$ 個、60 オクテット長の IP データグラムは $5 (= 5 \times 1)$ 個、28 オクテット長の IP データグラムは $1 (= 1 \times 1)$ 個となる。

- (3) [答] 5.860%

[説明]

実際に送られるデータ量は 7840 オクテットである。送信ホストが生成する UDP データグラムは $6 (= 5 + 1)$ 個であるので、UDP ヘッダ長の総和は $48 (= 8 \times 6)$ オクテットとなる。一方、受信ホストが受信する IP データグラムの個数は $22 (= 16 + 5 + 1)$ 個であるので、IP ヘッダ長の総和は $440 (= 20 \times 22)$ オクテットとなる。したがって、IP ヘッダ長と UDP ヘッダ長の総和は、 $488 (= 48 + 440)$ オクテットである。送ったデータ量に対するこのオーバヘッドの割合は、 $\frac{488}{7840 + 488} = 0.0585975024$ となる。

2

- (1) [答] $1460+20=1480$ オクテットの TCP セグメントが $2+1=3$ 個,
 $1176+20=1196$ オクテットの TCP セグメントが 1 個, 及び $1444+20=1464$
 オクテットの TCP セグメントが 1 個

[説明]

TCP のウィンドウサイズが 4096 オクテットであるから, 7000 オクテットのデータは 4096 オクテットと $2904 (= 7000 - 4096)$ オクテットに分けて送られることになる. 一つの TCP セグメントで送ることのできるデータ量は最大 $1460 (= 1500 - 20 - 20)$ オクテットであり, $4096 = 1460 \times 2 + 1176$ であるので, 4096 オクテットのデータは 1460 オクテットのデータ 2 個と 1176 オクテットのデータに分けて送られる. 同様に, $2904 = 1460 + 1444$ であるので, 2904 オクテットのデータは 1460 オクテットと 1444 オクテットに分けて送られることになる. したがって, TCP のヘッダ長を考慮すると, 送信ホストが送る TCP セグメントは上記の [答] のようになる.

- (2) (a) コネクションの確立

A $\rightarrow$ B [SYN (Seq100, Ack000)] ※ Ack の値は, 000 に限らず何でもよい.

B $\rightarrow$ A [SYN, ACK (Seq200, Ack101)]

A $\rightarrow$ B [ACK (Seq101, Ack201)]

- (b) データの送信

A $\rightarrow$ B [ACK (Seq101, Ack201)]

(データのシーケンス番号 101~1560)

A $\rightarrow$ B [ACK (Seq1561, Ack201)]

(データのシーケンス番号 1561~3020)

A $\rightarrow$ B [ACK (Seq3021, Ack201)]

(データのシーケンス番号 3021~4196)

(B $\rightarrow$ A [ACK(Seq201, Ack1561)]) ※なくても可

(B $\rightarrow$ A [ACK(Seq201, Ack3021)]) ※なくても可

B $\rightarrow$ A [ACK (Seq201, Ack4197)]

A $\rightarrow$ B [ACK (Seq4197, Ack201)]

(データのシーケンス番号 4197~5656)

A $\rightarrow$ B [ACK (Seq5657, Ack201)]

(データのシーケンス番号 5657~7100)

(B $\rightarrow$ A [ACK(Seq201, Ack5657)]) ※なくても可

B $\rightarrow$ A [ACK (Seq201, Ack7101)]

(c) コネクションの切断

$A \rightarrow B$ [FIN, ACK (Seq7101, Ack201)]

($B \rightarrow A$ [ACK (Seq201, Ack7102)]) ※なくても可

$B \rightarrow A$ [FIN, ACK (Seq201, Ack7102)]

$A \rightarrow B$ [ACK (Seq7102, Ack202)]

第 9 章

1 $n = 7 \times 5 = 35$, $z = 6 \times 4 = 24$. 次に, 24 と互いに素となる正整数 e として, 5 を選ぶ. $5 \times d = 1 \bmod 24$ となる d は, 5 であることが容易に分かる ($5 \times 5 = 24 + 1$). すなわち, この場合には, 公開鍵と秘密鍵が同じもの $K_X^+ = K_X^- = (5, 35)$ となる. 平文 $P = 5$ を公開鍵で暗号化すると, $C = 5^5 \bmod 35 = 3125 \bmod 35 = 10$ となる. また, 秘密鍵での復号では, $10^5 \bmod 35 = 5$ となり, 平文 $P = 5$ が得られる. このとき, 攻撃者が, 盗聴した暗号文を試しに公開鍵で復号すると, 正しい平文が得られる. ただし, 攻撃者は, これだけでは復号文が正しいかどうかの確証は持てない.

e の値を, $z = 24$ と互いに素となり 24 未満の条件で選ぶと, 5 に加えて, 7, 11, 13, 17, 19, 23 がある. しかし, いずれの場合も $d = e \bmod 24$ となる.

[解説 1] 本問題は, 演算を簡単にするために, 小さな値の素数 $p = 7$ と $q = 5$ を用いた. その結果, 選択可能なすべての e に対して, $d = e \bmod 24$ となった.

このようにすべての元で $d = e \bmod z$ となるのは, 特殊なケースである. p と q が大きな素数の場合には, このことはほとんど起こりえないと考えられる¹. p と q が実際には使用されない小さな値の場合にでも, 本文 p.215 の例題 9.1 のように, ほとんどの場合 $d \neq e$ となる. 次に, $d \neq e$ となる別の例も紹介しておく.

[演習例題 9.1] $p = 7$ はそのままにして, $q = 11$ を用いてみよう. このとき, $n = 7 \times 11 = 77$, $z = 6 \times 10 = 60$ となるので, $e = 13$ を選ぶことにする. $13 \times d = 1 \bmod 60$ となる d は, $d = 37$ である ($13 \times 37 = 481 = 8 \times 60 + 1$). したがって, $K_X^+ = (13, 77)$, $K_X^- = (37, 77)$ となる. 平文 $P = 5$ に対しては, $C = 5^{13} \bmod 77 = 26$, $26^{37} \bmod 77 = 5$ となる.

[解説 2] 実用的に安全な鍵としては, 本文 p.214 で言及しているように, 鍵長が少なくとも 1024 ビット (n が 2 進数 1024 桁) は必要とされている. したがって, p と q は, とともに 512 ビット以上ということになる. このように大きな値の場合には, z と互

この問題については, 茨城大学黒澤馨教授と九州大学高木剛教授からご助言を賜った. 謝してここに記す.

いに素になる e を選んだとしても (よく用いられる e の値は, 3 と, $65537 = 2^{16} + 1$), d を $e \times d = 1 \bmod z$ ($d = e^{-1} \bmod z$ と書くことができる) から, 総当りで計算するのは大変である. d は e の乗法逆元と呼ばれ, 拡張ユークリッドの互除法を用いて, 簡単な手順で求めることができる. 上記の [演習例題 9.1] の d は, これで求めた. この方法の具体的な手順は, 参考文献 [18], [19] を参照されたい.

ちなみに, $z = (p-1)(q-1)$ は, 整数 N のオイラーの関数 $\phi(N)$ ($\{1, \dots, N-1\}$ のうち N と互いに素である整数の個数) にて $N = pq$ としたときの値である.

なお, p と q の値については, $n = pq$ の素因数分解が困難なほど大きいことに加えて, 次の 3 条件 (p について記すが, q も同じ) を満足することが推奨されている [19].

(1) $p-1$ は, 大きな素因数 r を持つ. (2) $p+1$ も大きな素因数を持つ. (3) $r-1$ も大きな素因数を持つ. 本演習問題の $p=7$ と $q=5$ は, 明らかにこれら 3 条件を満たさない.

2 $14^7 = 105413504$ となるので, $C = 14^7 \bmod 33 = 20$ となる. また, $20^3 = 8000$ であるので, $8000 \bmod 33 = 14$ となって, P に等しいことが分かる.

3

- (1) 発行者は, ApplicationCA Japanese Goverment で, ルート証明機関である.
- (2) Windows の場合は, Microsoft Root Certificate Authority. Mac(OS X) の場合は, Appple Root CA.

第 10 章

[参考] 無記憶性を持つ離散時間確率分布 (p.249) の証明

これは演習問題として挙げたものではないが, 参考のため, 証明を記しておく.

$p = 1 - e^{-\lambda\Delta}$ として, $P(Y = k)$, ($k = 1, 2, \dots$) を p によって表す.

$$\begin{aligned} P(Y = k) &= P((k-1)\Delta \leq X < k\Delta) = \int_{(k-1)\Delta}^{k\Delta} \lambda e^{-\lambda x} dx \\ &= [-e^{-\lambda x}]_{(k-1)\Delta}^{k\Delta} = e^{-\lambda(k-1)\Delta} - e^{-\lambda k\Delta} \\ &= e^{-\lambda\Delta(k-1)}(1 - e^{-\lambda\Delta}) \\ &= p(1-p)^{k-1} \quad k = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

上式は, 指数分布確率変数を標本化 (より正確に言えば量子化) すると幾何分布をなすことを示している.

1 [答] $1/(1-p)$

[証明]

$k-1$ 回連続して送信誤りが生じ、 k 回目には送信に成功する (誤りが生じない) 確率を P_k とする. $k-1$ 回連続して誤る確率は p^{k-1} であり、 k 回目の成功確率は $1-p$ であるから、 P_k は次の幾何分布になる.

$$P_k = (1-p)p^{k-1}$$

k は 1 から無限大までの値を取りうるので、その平均値は

$$\sum_{k=1}^{\infty} kP_k = \sum_{k=1}^{\infty} k(1-p)p^{k-1}$$

となる. $\sum_{k=1}^{\infty} p^k = \frac{p}{1-p} = \frac{1}{1-p} - 1$ より、両辺を p で微分すると、

$$\sum_{k=1}^{\infty} kp^{k-1} = \frac{1}{(1-p)^2}$$

となる. 以上より、次式が得られる.

$$\sum_{k=1}^{\infty} k(1-p)p^{k-1} = \frac{1-p}{(1-p)^2} = \frac{1}{1-p}$$

2 [答] 68ms

[説明] このシステムを、窓口が 1 個の待ち行列モデルで考え、

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{窓口} & = \text{通信回線} \\ \text{客} & = \text{入出力メッセージ} \\ \text{サービス時間} & = \text{入出力メッセージの伝送時間} \end{array} \right.$$

と対応させると、M/G/1 待ち行列となる. これには、次のポラツェック・ヒンチンの式が適用できる.

$$W = \frac{\rho\bar{x}(1+C^2)}{2(1-\rho)}$$

$$T = W + \bar{x}$$

$$(\rho \triangleq \lambda\bar{x})$$

まず、平均到着率 λ を計算する.

$$\begin{aligned} \lambda &= \underbrace{30000}_A + \underbrace{50000}_B + \underbrace{100000}_C \\ &= 180000 \text{ メッセージ/時} \\ &= \frac{180000}{60 \times 60} \text{ メッセージ/秒} \\ &= 50 \text{ メッセージ/秒} \end{aligned}$$

種類別の入出力メッセージの伝送時間は次のように求まる.

$$A : x_A = \frac{(\overbrace{5000}^{\text{入力メッセージ長}} + \overbrace{10000}^{\text{出力メッセージ長}}) \times 8}{12000000} = 0.01 \text{ 秒}$$

$$B : x_B = \frac{(8000 + 15000) \times 8}{12000000} = 0.0153 \text{ 秒}$$

$$C : x_C = \frac{(10000 + 20000) \times 8}{12000000} = 0.02 \text{ 秒}$$

x_A, x_B, x_C を用いて, 平均サービス時間 $\bar{x}$ を求める.

$$\begin{aligned} \bar{x} &= x_A \times \overbrace{\frac{30000}{180000}}^{A \text{ の発生確率}} + x_B \times \overbrace{\frac{50000}{180000}}^{B \text{ の発生確率}} + x_C \times \overbrace{\frac{100000}{180000}}^{C \text{ の発生確率}} \\ &= 0.0170 \text{ 秒} \end{aligned}$$

サービス時間の二乗平均値は次のように求まる.

$$\begin{aligned} E[x^2] &= x_A^2 \times \frac{30000}{180000} + x_B^2 \times \frac{50000}{180000} + x_C^2 \times \frac{100000}{180000} \\ &= 0.000304 \end{aligned}$$

上で求めた $E[x^2]$ 及び $\bar{x}$ から, サービス時間の分散 $Var[x]$ を次のように計算することができる.

$$Var[x] = E[x^2] - (\bar{x})^2 = 0.0000149$$

窓口利用率 ρ は, 次のようになる.

$$\rho = \lambda \bar{x} = 0.851$$

次に, サービス時間の変動係数 C の平方値を計算すると,

$$C^2 = \frac{Var[x]}{(\bar{x})^2} = 0.0514$$

が得られる.

こうして求めた $\rho, \bar{x}, C^2$ を, ポラツェック・ヒンチンの式に代入すれば, W と T が次のように算出される.

$$W = \frac{\rho \bar{x} (1 + C^2)}{2(1 - \rho)} = 0.0511 \text{ 秒}$$

$$T = W + \bar{x} = 0.0682 \text{ 秒} \cong 68 \text{ ms}$$

参考のために, 平均待ち行列長 $\bar{N}_q$ を求める.

$$\bar{N}_q = \lambda W = 2.556$$

この結果から, 平均 2~3 個のメッセージの待ち行列が生じていることが分かる.

3

ここでは, 待ち行列モデルにおいて, “窓口 = ルータの CPU”, “客 = パケット”, “サービス時間 = ルータ内でのパケット処理時間” と対応させると, 待ち行列モデルは $M/G/1$ となる.

- (a) ルータ内で l バイト (オクテット) 長のパケットを処理するために必要な平均命令数 $\bar{S}_l$ は、次のようになる。

$$\begin{aligned}\bar{S}_l &= \left\{ \left(\left\lceil \frac{l}{8} \right\rceil \times 6 \right) \times 2 + 20 \right\} \times 0.8 \\ &\quad + \left\{ \left(\left\lceil \frac{l}{8} \right\rceil \times 6 \right) \times 1 + 60 \right\} \times 0.20 \\ &= \left\lceil \frac{l}{8} \right\rceil \times 10.8 + 28.0\end{aligned}$$

ただし, $\lceil x \rceil$ は x 以上の最小の整数を示す。

- (b) 1 命令当りの処理時間は $(5.00 \times 10^7)^{-1} = 2.00 \times 10^{-8}$ であるので, l バイト長のパケットの平均処理時間 $\bar{x}_l$ [秒] は以下のようになる。

$$\bar{x}_l = \left(\left\lceil \frac{l}{8} \right\rceil \times 10.8 + 28.0 \right) \times 2 \times 10^{-8}$$

これを用いて, 平均パケット処理時間 $\bar{x}$ [秒] は以下のように計算される。

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \bar{x}_{100} \times 0.60 + \bar{x}_{1500} \times 0.40 \\ &= \left(\left\lceil \frac{100}{8} \right\rceil \times 10.8 + 28.0 \right) \times 2 \times 10^{-8} \times 0.60 \\ &\quad + \left(\left\lceil \frac{1500}{8} \right\rceil \times 10.8 + 28.0 \right) \times 2 \times 10^{-8} \times 0.40 \\ &= (13 \times 10.8 + 28.0) \times 2 \times 10^{-8} \times 0.60 \\ &\quad + (188 \times 10.8 + 28.0) \times 2 \times 10^{-8} \times 0.40 \\ &= 1.84880 \times 10^{-5} \\ &\cong 1.849 \times 10^{-5}\end{aligned}$$

- (c) $x_{l,i}$ ($l = 100, 1500$; $i = 1, 2$) は以下のようになる。

$$\begin{aligned}x_{100,1} &= \left\{ \left(\left\lceil \frac{100}{8} \right\rceil \times 6 \right) \times 2 + 20 \right\} \times 2 \times 10^{-8} \\ &= 3.52 \times 10^{-6} \\ x_{100,2} &= \left\{ \left(\left\lceil \frac{100}{8} \right\rceil \times 6 \right) \times 1 + 60 \right\} \times 2 \times 10^{-8} \\ &= 2.76 \times 10^{-6} \\ x_{1500,1} &= \left\{ \left(\left\lceil \frac{1500}{8} \right\rceil \times 6 \right) \times 2 + 20 \right\} \times 2 \times 10^{-8} \\ &= 4.552 \times 10^{-5} \\ x_{1500,2} &= \left\{ \left(\left\lceil \frac{1500}{8} \right\rceil \times 6 \right) \times 1 + 60 \right\} \times 2 \times 10^{-8} \\ &= 2.376 \times 10^{-5}\end{aligned}$$

- (d) l バイトのパケットの発生確率を G_l とし, (i) の処理の発生確率を P_i とすると, パケット長とルータでの処理の発生確率は独立であるので, パケット処理時間の分散 $Var[x]$ は, 次式で与えられる.

$$Var[x] = \sum_l \sum_i (x_{l,i} - \bar{x})^2 \times G_l \times P_i$$

先に求めた値を用いて, 分散を計算した結果を次に示す.

$$\begin{aligned} Var[x] &= \{(3.520 \times 10^{-6} - \bar{x})^2 \times 0.80 \\ &\quad + (2.760 \times 10^{-6} - \bar{x})^2 \times 0.20\} \times 0.60 \\ &\quad + \{(4.552 \times 10^{-5} - \bar{x})^2 \times 0.80 \\ &\quad + (2.376 \times 10^{-5} - \bar{x})^2 \times 0.20\} \times 0.40 \\ &= (2.241009 \times 10^{-10} \times 0.80 \\ &\quad + 2.474329 \times 10^{-10} \times 0.20) \times 0.60 \\ &\quad + (7.306209 \times 10^{-10} \times 0.80 \\ &\quad + 0.277729 \times 10^{-10} \times 0.20) \times 0.40 \\ &= 3.7328090 \times 10^{-10} \\ &\cong 3.733 \times 10^{-10} \end{aligned}$$

- (e) パケットの平均到着率 λ は 1000 [パケット/秒] である. したがって, 窓口利用率 ρ は,

$$\rho = \lambda \bar{x} = 1000 \times 1.849 \times 10^{-5} = 1.849 \times 10^{-2}$$

となる.

- (f) サービス時間の変動係数の二乗 C^2 は, 以下のように計算される.

$$C^2 = \frac{Var[x]}{(\bar{x})^2} = \frac{3.733 \times 10^{-10}}{(1.849 \times 10^{-5})^2} = \frac{3.733 \times 10^{-10}}{3.418801 \times 10^{-10}} \cong 1.092$$

- (g) 平均待ち時間 W は, ボラツェック・ヒンチンの式より,

$$\begin{aligned} W &= \frac{\rho \bar{x} (1 + C^2)}{2(1 - \rho)} = \frac{1.849 \times 10^{-2} \times 1.849 \times 10^{-5} \times (1 + 1.092)}{2 \times (1 - 1.849 \times 10^{-2})} \\ &\cong 3.643 \times 10^{-7} \end{aligned}$$

となる. したがって, 平均遅延 (平均システム時間) $\bar{D}$ は, 次のようになる.

$$\begin{aligned} \bar{D} &= T + W + \bar{x} = 3.643 \times 10^{-7} + 1.849 \times 10^{-5} \\ &= 1.88543 \times 10^{-5} \cong 1.885 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

したがって, $\bar{D} = 1.885 \times 10^{-5}$ [秒] = 18.85 μ s となる.

- (h) 平均待ち行列長 $\bar{N}_q$ は以下の値となる.

$$\bar{N}_q = \lambda W = 1000 \times 3.643 \times 10^{-7} = 3.643 \times 10^{-4}$$

4

- (1) システム内の平均客数
- $\bar{N}$
- は、次のように計算できる。

$$\begin{aligned}\bar{N} &= \sum_{k=1}^{\infty} k p_k = (1-\rho)\rho \sum_{k=1}^{\infty} k \rho^{k-1} \\ &= \frac{(1-\rho)\rho}{(1-\rho)^2} = \frac{\rho}{1-\rho}\end{aligned}$$

したがって、リトルの公式より、平均システム滞在時間 T は、 $T = \bar{N}/\lambda = \bar{x}/(1-\rho)$ となる。これより、次式が得られる。

$$W = T - \bar{x} = \frac{\rho \bar{x}}{1-\rho}$$

- (2)

$$E[k^2] = \sum_{k=1}^{\infty} k^2 \rho = (1-\rho)\rho \sum_{k=1}^{\infty} k^2 \rho^{k-1}$$

ここで、次の無限級数の関係式を利用する。

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{\infty} \rho^k &= \frac{1}{1-\rho} \\ \sum_{k=1}^{\infty} k \rho^{k-1} &= \frac{1}{(1-\rho)^2} \\ \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1) \rho^{k-2} &= \frac{2}{(1-\rho)^3}\end{aligned}$$

両辺に ρ をかけて、

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{\infty} k^2 \rho^{k-1} - \sum_{k=1}^{\infty} k \rho^{k-1} &= \frac{2\rho}{(1-\rho)^3} \\ \therefore \sum_{k=1}^{\infty} k^2 \rho^{k-1} &= \frac{2\rho}{(1-\rho)^3} + \frac{1}{(1-\rho)^2} \\ \therefore E[k^2] &= \frac{2\rho^2}{(1-\rho)^2} + \frac{\rho}{1-\rho}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_N^2 = Var[k] &= E[k^2] - (\bar{N})^2 \\ &= \frac{2\rho^2}{(1-\rho)^2} + \frac{\rho}{1-\rho} - \frac{\rho^2}{(1-\rho)^2} \\ &= \frac{\rho}{(1-\rho)^2}\end{aligned}$$