

「工学のための数値計算」 2章 章末問題 解答例

- 1 10 進数の 0.1 は 2 進では $(1.10011001100110011001100 \dots)_2 \times 2^{-4}$ である. これを仮数部 (先頭の 1 ビットを除いて) 23 ビットにするには, 24 ビット目と 25 ビット目が共に 1 であるから繰り上げて

0	01111011	10011001100110011001101
---	----------	-------------------------

とする.

- 2 $\text{fl}(1 + \delta) = 1$ を満足する最大の δ は丸めの単位 $u = 2^{-24} = 5.96 \dots \times 10^{-8}$ である. 図??からわかるように, $\text{fl}(1 - \delta) = 1$ を満足するのは $\delta = u/2$, $\text{fl}(2 + \delta) = 2$ を満足するのは $\delta = 2u$, $\text{fl}(2 - \delta) = 2$ を満足するのは $\delta = u$, $\text{fl}(3 + \delta) = 3$ を満足するのは $\delta = 2u$, $\text{fl}(3 - \delta) = 3$ を満足するのは $\delta = 2u$, $\text{fl}(4 + \delta) = 4$ を満足するのは $\delta = 4u$, $\text{fl}(4 - \delta) = 4$ を満足するのは $\delta = 2u$ である.

- 3 $M < x^2$ であるからオーバーフローが発生する. これを回避するため式を $\frac{x}{1+1/x}$ と変形すればよい.

- 4 $\sqrt{x + \delta} - \sqrt{x} = \delta / (\sqrt{x + \delta} + \sqrt{x})$.

- 5 $x = -5$ の場合

$$e^{-5} \approx 1 - 5 + \frac{5^2}{2!} - \frac{5^3}{3!} + \dots + \frac{(-5)^n}{n!}$$

の右辺では各項の符号が交代するので桁落ちが発生して有効桁数が $x = 5$ の場合より少ない. $e^{-5} = 1/e^5$ であるから e^5 を展開式で計算しておけば, 有効桁数減少を回避できる.