

演習問題解答

第1章

$$1. \quad v = \sqrt{\frac{2eV}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 100}{9.1 \times 10^{-31}}} = 5.9 \times 10^6 \text{ m/s.}$$

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.632 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31} \times 5.9 \times 10^6} = 1.2 \times 10^{-10} \text{ m.}$$

$$2. \quad \lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2meV}} \text{ より}$$

$$V = \frac{h^2}{2me\lambda^2} = \frac{(6.6 \times 10^{-34})^2}{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 1.6 \times 10^{-19} \times (0.5 \times 10^{-9})^2} = 6.0 \text{ V.}$$

3. 2つの波動関数をシュレーディンガーの波動方程式に代入すると、どちらの場合も

$$-\frac{\hbar^2}{8\pi^2 m} \cdot \frac{d^2\psi}{dx^2} = 2A \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \psi \text{ となり, 方程式を満たす. ただし } E = 2A \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \text{ となる. また, } e^{i0} = 1$$

および $e^{i\pi} = -1$ の関係から、和をとるとは、2つの波動関数 Ae^{ikx} と Ae^{-ikx} を同相で重ね合わせることである。一方で、差をとるとは、2つの波動関数を逆相で重ね合わせることである。

4. $f(x)$ を x で微分すれば、 $df/dx = -ikf$ となる。さらに x で微分すれば、 $d^2f/dx^2 = -k^2f$ 。一方、ド・ブロイの関係より $k = 2\pi m\nu/h$ であるから、(1.16) 式の左辺に代入して、

$$-\frac{\hbar^2}{8\pi^2 m} \cdot \left\{ -\left(\frac{2\pi m\nu}{h} \right)^2 f \right\} = \left(\frac{m\nu^2}{2} \right) f$$

を得る。 $V = 0$ であるから、 $E = m\nu^2/2$ となり、(1.16) の関係が満たされていることがわかる。また、運動量 $p = -\hbar k$ 、エネルギー $E = \hbar^2 k^2 / 2m$ 。

5. 4つの文字列の組み合わせの数は $W = 2^4$ 。8つの文字列の組み合わせの数は $W = 2^8$ 。4つの文字列のエントロピーは $S = 4k_B \ln 2$ 、8つの文字列のエントロピーは $S = 8k_B \ln 2$ であるから、文字列の数が4から8に2倍になるとエントロピーは2倍になる。

6. $(E - E_F)/k_B T \gg 1$ のとき $\exp((E - E_F)/k_B T) \gg 1$ となり、(1.27) 式の近似式は(1.28)式となることがわかる。

7. 酸素分子は高度に抛らず至るところ等しい濃度で熱平衡状態となりエントロピーを最大にしようとする。一方、重力が酸素分子を地球の重心に引き込む力が $f = mg$ で働き、酸素分子を地上に落とそうとする。上記2つの拡散しようとする働きと地上に引き込まうとする働きがつりあい、高度が低いほど酸素分子の存在確率が高くなるように分布す

る. このため高度が高いほど酸素濃度が小さくなる.

第2章

1. 永久双極子は分子が初めからもつ双極子であり, 誘起双極子は電界の存在する空間中に置かれてはじめて現れる双極子である.
2. 双極子分極は双極子の配向をランダムにしようとする力と, 電界が双極子の向きをそろえようとする力のバランスで決まる. ランダムにしようとする力は温度が高いほど大きいので双極子分極は温度依存性があり, 温度が高いほど小さくなる. 電子分極は電界が電子と原子核を引き離そうとする斥力と, 電子と原子核が引き戻ろうとするクーロン力のつりあいで決まる. これらの力は温度依存性がないので電子分極も温度依存性はない.
3. 平行平板の極板間電圧などの, 外部の実験条件で定まる電界が外部電界. 局所電界は実際に分子を分極させている電界で, 外部電界のほかに, 双極子のまわりの分極のつくる電界をも合わせた電界となる. 局所電界は双極子を囲む分極のつくる電界を含むから, 材料の微視的構造を反映する.
4. 仕事関数差による内部電界は $E' = \Delta\Phi/eL$. 媒質が等方性結晶あるいは分子の配列が完全に無秩序である場合には, (2.24)式より局所電界は $E_i = E' + P/3\epsilon_0$.
5. 略
6. (1) 温度 T から T_L での脱分極量.
 (2) (例 1) (2.58)式, (2.59)式を用いて H と τ_0 を求めて任意の温度の緩和時間を $\tau(T) = \tau_0 \exp(H/k_B T)$ から求める. (例 2) (2.54)式で左辺の $dP(t)/dt$ は T S C である. 右辺の P は時刻 t でまだ脱分極しない分極の総量であり, 時刻 t から温度 T_L に達する時刻 t_L までの T S C の積分値である. 時刻と温度の関係は実験条件から決まるので, T S C を測定した温度範囲において任意の温度における緩和時間を (2.54)式から計算できる.
 (3) 略.

第3章

1. $E\psi_n = -\frac{\hbar^2}{8\pi^2 m} \left\{ -\left(\frac{2n\pi}{L}\right)^2 \right\} \psi_n$, よって, $E = \frac{n^2 \hbar^2}{2mL^2}$.
2. 略.
3. $E_F = 7.0$ eV より, フェルミ温度 $T_F = E_F/k_B = 7.0/8.625 \times 10^{-5} = 81159$ K.
 また電子エネルギー E_F をもつ電子の速度 v_F は,

$$v_F = \sqrt{2E_F/m} = (2 \times 7 \times 1.6 \times 10^{-19})^{1/2} / (9.1 \times 10^{-31}) = 1.56 \times 10^6 \text{ m/s}$$
4. 面心立方体の単位中に含まれる原子数は 4 個であるから, 単位体積あたりに含まれる原子数 n は, $n = 4 / (0.3608 \times 10^{-9})^3 = 8.5 \times 10^{28}$ 個/ m^3 . これを (3.23b) 式に代入して, $E_F = (3 \times 8.5 \times 10^{28} / 8\pi)^{2/3} \times (6.624 \times 10^{-34})^2 / (2 \times 9.107 \times 10^{-31}) / (1.6 \times 10^{-19}) = 7.0$ [eV].

5. (3.29)式, (3.30)式を用いる. $n = 8.5 \times 10^{28}$ 個/m³, $\sigma = 1/1.54 \times 10^{-8} \Omega^{-1}\text{cm}^{-1}$ より, $\tau = (1/1.54 \times 10^{-10}) \times 9.1 \times 10^{-31} / ((1.6 \times 10^{-19})^2 \times 8.5 \times 10^{28}) = 2.71 \times 10^{-12} \text{sec}$.
6. (3.32)式より, $\delta = \sqrt{2/\omega\mu_0\sigma} = 3.6 \times 10^{-6} \text{ m}$.
7. 銀が白く輝くのは, プラズマ周波数での波長が可視光より短波長側にあるため, 可視光の全波長領域にわたり強く反射されるからである. 金属のプラズマ周波数とは, 金属中の自由電子が, 光の電界に追従して導体として振る舞うか, それとも追従できずに誘電体的に振る舞うかの境界の周波数である.

第4章

1. 4.1節を参照のこと.
2. 4.5節を参照のこと.
3. 電極から電子が注入するとき, 電子が負電荷をもつことの結果として電極との間にクーロン静電引力(鏡像力)が働く. これにより電子が材料に注入する際の障壁の高さが減少する効果がショットキー効果である. $x_{\max} = \sqrt{e/16\pi\epsilon_0}$, $\Phi_{\max} = -\sqrt{e^3 E / 4\pi\epsilon_0}$ (4.5節参照).
4. 異種金属では, 外部電圧を印加しない場合でも, 仕事関数差による電界が絶縁体内部に形成されている.
5. (4.40)式以下をみよ.

6. 4.6節を参照のこと. 2層誘電体界面に蓄積する電荷量は $Q_s = \frac{S\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1d_2 + \sigma_2d_1} V \left(\frac{\epsilon_2}{\sigma_2} - \frac{\epsilon_1}{\sigma_1} \right)$. 電荷が蓄積される前の2層誘電体界面の電位は, 2層目に接する下部電極を基準として $V_s = \frac{\epsilon_1d_2}{\epsilon_1d_2 + \epsilon_2d_1} V$. 電荷蓄積後は $V'_s = \frac{\sigma_1d_2}{\sigma_1d_2 + \sigma_2d_1} V$. 電荷蓄積による変化は $\Delta V_s = V'_s - V_s$

$$= \frac{d_1d_2}{\epsilon_1d_2 + \epsilon_2d_1} \frac{\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1d_2 + \sigma_2d_1} V \left(\frac{\epsilon_2}{\sigma_2} - \frac{\epsilon_1}{\sigma_1} \right) = Q_s / (\epsilon_1 S / d_1 + \epsilon_2 S / d_2).$$

第5章

1. 外部電界が0であっても生じている分極.
2. P に応じて強誘電体試料を挟む電極に誘起される電荷 Q_1 と強誘電体試料に加わる電界に比例する分圧を同時に測定してプロットすれば良い. 例えばソーヤータワー回路の方法がある. いま, 強誘電体試料 c に直列に十分大きなキャパシタンス C_0 を直列に接続する. そうして外部電圧 V を2つの直列キャパシタンスに接続して C_0 の両端電圧 V_0 を測定する. このとき $E = \frac{1}{L} \frac{C_0}{C+C_0} V \cong \frac{V}{L} \propto V$ (L : 強誘電体試料の膜厚), $C_0V_0 = Q_2 = Q_1$ より $Q_1 \propto V_0$ であるから (Q_1, Q_2 は c および C_0 が電極に誘起する電荷), $V - V_0$ のプロットが $E - P$ の

プロットを与える．比例係数は実験条件から予め知ることができる．

3. 5.2.2 項節参照のこと．

4. (1) $\varepsilon_0 + \frac{\alpha_3 + 2\alpha_1}{3}N$. (2) $\varepsilon_0 + \alpha_3N$. (3) $\varepsilon_0 + (\alpha_3 - \alpha_1)\cos^2\theta + \alpha_1)N$. (4) (1)～(3)のそれ

ぞれの場合の誘電率 ε を用いて，単位体積あたりに蓄えられる静電エネルギー密度は

$$w_e = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 .$$

5. 略．

第6章

1. 金属では自由電子の数は変わらず，温度が上昇すると格子振動が激しくなり，自由電子の運動が妨げられるようになり抵抗が増す．別の言い方をすると，金属では伝導に寄与する電子はフェルミエネルギーをもっている．第3章3.2節で導いたようにフェルミ温度はかなり高い．したがって，温度上昇により電子が得る運動エネルギーはごくわずかである．格子振動による効果が増大するだけである．

一方，半導体では，温度上昇により，伝導帯に電子が励起される．つまり，伝導にあずかるキャリアの数が著しく増加する ((6.34)式)．

2. 6.3.1 項をみよ．

3. 金属では一部分が電子で充たされた帯があるのに対して，半導体では，充満帯と禁止帯にわかれている．

4. (6.35)式にあるように，密度の積はかわらない．フェルミ準位の位置がかわる．

5. 結晶中のキャリアを電界で加速したとき，その加速度を与える見かけ上のキャリアの質量．

第7章

1. 7.2 節参照．

2. 電界と分極の方向，磁界と磁化の方向を考察せよ．

3. 7.4 節参照．

4. 7.6 節参照．磁気の侵入を排除する性質．

5. 7.6.2 項参照．