

特集 / 微分幾何の新世紀

微分幾何からの展開

深 谷 賢 治

1. はじめに

編集部の方から、雑誌「数理科学」で(微分)幾何学の特集、とくに、応用数理と関わる部分に力点をのいた特集をしたいのだが、といわれたときは、正直言って少し困ったなと思った。筆者は(微分)幾何学を研究してきたが、応用数理に関わるような部分の専門家ではまったくない^{*1)}。たぶん、最初のまとめの文章(この文章のこと)を書くと、無知をさらして恥をかくことになるだろうなと思った。筆者が恥をかくだけなら一向にかまわないが、微分幾何の応用数理への展開について、読者に誤解を与えるのは困る。

そもそも筆者は、幾何学、とくに現在研究され発展しているような幾何学の、応用数理との関わりは、代数学・解析学のそれに比べて、まだ確立されていない度合いが高いのではないか、という印象を持っていた。たとえば、文献1)で甘利・長岡氏は次のように述べている。

「現在の微分幾何の主なテーマは多様体全体の大域的な性質の解明にあり、そのために多くの理

論が作られているわけであるが、情報幾何では(いまのところ)局所理論だけで十分である。」

また、岩波応用数学講座の幾何の巻(いろいろな幾何学 I, II)の序文で、伊理正夫氏は次のように述べている。

「...前略...

“応用”という観点からすれば、“幾何”の重要性は小さくなるどころか現在ますます大きくなってきている。実際、コンピュータグラフィックス、ロボティックス、物体認識、地理・地図情報処理等々、Euclid 幾何、射影幾何、位相幾何の基本的な概念とかなり進んだ取り扱い方の技術を必要とする分野が急速に拡大している。

しかし、正直にいうと、そのような応用からの需要に応えられるような、そして、現代のコンピュータ時代にふさわしいような、応用志向の幾何の大系が完成しているとは思えない。

...後略...

この現状認識は筆者の印象と一致している。

最近ロボティックスの本²⁾を眺める機会があった。この書物の最初の部分には、古典剛体力学すなわちラグランジュ形式でのニュートンの運動方程式を、ロボットの関節の動きに当てはめた詳しい記述がある。そこにでてくるのは、とくに自由度が高い場合の拘束系の力学である。拘束がある多自由度の系の力学は、リーマンが(現代の幾何学

*1) (微分)幾何学の研究者で、筆者よりは、応用数理に近い方面の研究者はいるだろう。しかし、応用数理と微分幾何学の双方の現役の研究者であるという人は、筆者は知らない。数理物理への展開というのだと、筆者も応用数理への展開、よりは知っている。