

特集 / トポロジーの新世紀

トポロジーの新世紀

松本 幸夫

1. トポロジーとは何だろうか

トポロジーという数学はいつ頃から始まったのだろうか？ 18世紀半ばのオイラーの多面体定理から、と言うのが一つの答えであろう。空間の中に、平らな面で囲まれた立体があると、その立体を囲んでいる面の数 F 、辺の数 E 、頂点の数 V の間に、

$$F - E + V = 2 \quad (1)$$

という関係が成り立つというのがオイラーの多面体定理である。もっとも、オイラー自身はこのような形で自らの定理を述べているのではなくて、

$$F + V = E + 2 \quad (2)$$

という形の公式を述べているにすぎないのだが、公式 (1) は公式 (2) の E を左辺に移項しただけだから、全く同じ式であるとも言えるが、意味はかなり違う。

公式 (1) では、後で球面のオイラー標数 $\chi(S^2)$ と解釈されることになる量(左辺)が 2 に等しいという事実がはっきり述べられているが、公式 (2) には、オイラー標数の認識がない。オイラー自身はオイラー標数を認識していなかったとも考えられる。

しかし、そのようなことを言い出すと切りがなくなる。オイラーの公式 (2) にしても、実はオイ

ラーより 1 世紀以上も前に、既にデカルトによって発見されていた(そして、19 世紀になって公に初めてそのことが明らかになった)という事実がある。そうすると、そもそもこの公式をオイラーの公式と呼ぶべきかどうかとも自明でなくなってくる。というわけで、ここでは立ち入った詮索はやめて、公式 (1) または (2) をオイラーの多面体定理と呼ぶことにしよう。

どんな学問分野でもそうだと思うが、ある事実を発見した人自身には、自分の発見した事実の意味を完全に理解しきれない。それは、その発見から何百年かを経た後の人々についても同様で、その発見が何百年の間にどのように解釈され、拡張されてきたかを知ることはできるかもしれないが、果たして、その結果到達した現在の解釈がこれからも不変な解釈なのかどうかは誰にも分からない。「トポロジーとは何だろうか」と、見出しだけは朝永振一郎の『物理学とは何だろうか』にならっつけてみたものの、正しい答と言うべきものがあるかどうかははっきりしない。以下に述べることも、単に一つの私的な解釈である。

2. 見る数学

「図形や空間の形を見る」と言うのがトポロジー