

特集／量子異常とは何か

量子異常とは何か

対称性の原理と量子論の原理の相克

藤川 和男

1. 対称性と量子異常

無限個の自由度を扱う量子論である場の量子論において、量子異常という概念あるいは現象が重要になる。この現象は、場の理論における対称性という概念と密接に関係している。対称性という概念は現代物理学における最も基本的な概念である。例えば、角運動量およびそれが保存するという事実は、空間が回転に関して一様であること、すなわち、特殊な方向というものがないということと密接に関係している。特殊な方向がない真空中においては、一度回転を始めた物体は回転を続け、止まっている物体は止まり続けるわけである。

もう少し抽象的な対称性としては、電荷の保存則に関係したゲージ対称性という概念がある。量子力学においてなぜ電荷が保存するのかという質問に関しては、背後にゲージ対称性という特殊な対称性があるからだというのが、現在の物理学での解答である。このように、保存則あるいは保存量という概念には対称性という概念が常に背後にある。逆に、基礎的な理論に対称性があれば必ず保存量および保存則が存在するという事実は、ネーターの定理として知られている。20世紀の初頭のドイツの女性数学者ネーター (E. Noether) が、

この事実を明確に定式化したことに因んでいる。

この観点から言えば、量子異常とはネーターの定理が量子論では成立しない場合があるという事実を表している。古典的な考察では、対称性があり、したがって保存則が存在すると予想されるような場合でも、量子化した理論ではそのような対称性は存在せず、したがって保存量が存在しない場合があり、そのような現象は量子異常 (quantum anomaly) (あるいは、歴史的な理由により、単にアノマリー (anomaly)) と呼ばれる。すなわち、素朴な予想からのずれという意味である。物理学では一般にこれまでの予想からはずれた現象はアノマリーと呼ばれるので、量子異常と言うように量子化に伴った (古典論的な考察に基づく予想からの) ずれとして表現するのが正確である。

量子異常はこのように、古典論における一般的な考察から予想される定理が壊れるわけであり、したがって数学的にはかなり特異な状況が関与していると予想されるが、この予想は正しい。量子異常は、場の理論における無限大の自由度の存在と密接に関連している。すなわち、有限自由度と無限自由度では質的に異なる事情が現れるからである。しかし、量子異常の重要な性質として、発散しない、すなわち結果は有限であるという性質がある。

ここで、量子異常の歴史を簡単に見ておくと、ま