

特集 / 現代代数学への誘い

現代代数学の点描

桂 利 行

1. はじめに

本特集号では、現代における代数学の際立った発展について、それぞれ専門家による解説がなされている。本稿では、その前座として、20 世紀後半の代数学の風景を描写することを試みる。筆者の専門は代数幾何学であるから、代数幾何学の窓から眺めた代数学の風景になっている点はご了承ください。

Algebra (代数学) という言葉は、9 世紀前半、イスラムの数学者アル・フワーリズミー (al-Khwārizmī) が用いた用語に基づく。彼は「移項と項の取り去りの科学」(Al-jabr w'al mūqabala) という著書を著し、定冠詞 al をつけて al-jabr (移項) という用語を用いたが、これが algebra の語源となった。アル・フワーリズミーの名前から algorithm (アルゴリズム) という言葉も生まれた。アラビアで育った代数学がヨーロッパに伝わったのはルネサンス期であった。16 世紀には、3 次方程式、4 次方程式の解の公式が見出され、それぞれ Cardano の公式、Ferrari の公式と呼ばれている。しかし、代数学が方程式論の枠を越え発展するにはさらに時間が必要であった。実際、代数学の現代的な研究が行われるようになったのは 19 世紀前半のことである。N. Abel は 5 次以上の代数

方程式には 4 次以下の場合のような解の公式が存在しないことを示したが、それとほぼ時を同じくして E. Galois は、代数方程式の解の研究を行い、解の公式の存在が群という代数系の性質によって特徴付けられることを見出した。現代の抽象代数学の原点となる発見である。引き続いて体、環、加群などの抽象代数学における概念が整理されていき、20 世紀における代数学の大発展の準備が着々と進んでいく。1930 年代初め、van der Waerden は代数学の教科書「Moderne Algebra」(現代代数学) を著した。この本は当時の最先端を行く代数学の教科書であったと思われるが、現在でも代数学の教科書としての輝きを少しも失っていない。その後フランスでは、数学の基礎を再構築する動きが盛んになり、若手数学者集団ブルバキは「数学原論」を次々に出版していった。その中で、代数学はブルバキの構造主義に最も適合する分野として整理され、発展していくこととなる。現在では、日本の数学界においては、代数学は、数論、代数幾何、群論、環論、代数一般の 5 つのキーワードで分類して考えられている。以下、本稿においては敬称を省略させていただく。