

特集 / 偶然から必然へ

偶然と必然

ミクロとマクロ，量子ゆらぎと非可換性，およびゆらぎと秩序生成

鈴木 増雄

1. はじめに

今回の特集の「偶然から必然へ——小さな原因と大きな結果」というテーマは、数学、物理、生物物理などの自然科学は言うに及ばず、経済、政治などの社会科学や哲学、心理学などの人文科学の広い分野にわたり普遍的かつ基本的課題である。ここでは、主として数理科学の分野に限定して議論したい。19世紀までの「偶然性」は、制御できないほど複雑な条件で生起する現象の特徴として捉えられていた。社会科学や人文科学の分野では今でもこの側面が主であるが、物理学では、量子力学の誕生以降、物質の運動法則そのものが本質的に確率的であるという状況になってきた。また、たとえ古典力学の方程式系でもカオスの現れるような状況では、初期値のわずかな違いが時間と共に極めて大きく（指数関数的に）異なる結果を与えるという意味で、これも本質的な偶然性のカテゴリーに入れることができるであろう。前者に分類される古典的な偶然性は、数学的には確率論（確率過程と確率微分方程式）によって扱われる。詳しくは、飛田氏や香取氏の解説を参照して頂きたい。

2. 目に見える現象から目に見えないものを知る ——アインシュタインのブラウン運動の理論

ミクロな量からマクロな性質を導く一般的な法則を最初に発見したのはボルツマンである。彼は、マクロなエントロピー S がミクロな状態の数 W を用いて $S = k \log W$ と表されること（ボルツマンの原理）を見つけた。これは統計力学の基本原則となっている。一方、アインシュタインは、これを W について解いた式 $W = \exp(S/k)$ を物理的に見直し、マクロなエントロピー S を観測することによりミクロな W がわかると考えた。同様に、系の比熱 C からエネルギーのゆらぎ $\langle (\Delta E)^2 \rangle$ が $\langle (\Delta E)^2 \rangle = kT^2 C$ によって与えられることを早い時期に気づいていた。さらに、歴史上もっとも重要なアインシュタインの発見の一つはブラウン運動の理論である（同じ1905年には、光電効果の理論および特殊相対性理論が発表されていることはあまりにも有名である）。アインシュタインは、ブラウン粒子の速度 v の運動を線形の範囲で

$$m \frac{dv}{dt} = -\zeta v + \eta(t) \quad (2.1)$$

の形に表した。ただし、 m はブラウン粒子の質量を表し、 ζ は摩擦係数である。(2.1)の右辺の $\eta(t)$ はブラウン粒子にランダムに衝突する分子から受ける