MATHEMATICAL SCIENCES
July 2007 Number 529

特集／代数的物理観

物理を語るための代数という言葉

河東　泰之

1. はじめに

本特集のテーマは「代数的物理観」だが，私の専門は代数学でも物理学でもない．それにも関わらず私がこれを書いているのは，数理物理学に現れる構造を研究するのに代数的手法が有効であること，およびそのような代数的構造を調べることが数学的にも興味深いということを説明したいからである．

物理学に使われる数学と言ったとき，真っ先に思いつくのは微分方程式であろう．そもそもニュートンによる微分積分学の創始の頃から，微分方程式が物理学に最も近い数学であったことは間違いない．力学に続き，電磁気学でもそうであり，工学的応用まで含めた物理学と微分方程式の関係の深さは現代においても明らかである．これらの古典的物理学の成立の後，まずアインシュタインによる相対性理論が登場して，幾何学との新しく深い関係が明らかになった．特に一般相対性理論は成立当初から，微分幾何学なしではあり得なかったし，その後の研究においても密接な関係を持って進んできた．さらに量子力学が20世紀前半に成立，発展するにつれ，関数解析学が数学のほうで発展していき，その後さらに一段と現代的な数学との関連が明らかになり，いろいろ波はあったが，場の量子論の発展や，超弦理論の登場により，近年ますます物理学と数学の関連は深まる一方である．もはや数理物理学と関係ないと言える数学分野を探すことのほうがずっと困難な状況であるが，そのような近年の発展において，代数的な見方の有効性が数学，物理学の双方において顕著になってきている．そうした関係のいくつかについて例にとって解説していきたい．

2. 作用素環

私の専門は作用素環論である．本特集では，私の記事のすぐ後に荒木不二洋先生の「作用素環と物理学」が載っており，荒木先生こそ長年にわたり，場の量子論・統計力学と作用素環論の関連を中心になって研究されてきたご本人であるので，詳しいことはそちらに譲るが，初めに簡単に作用素環のことに触れておきたい．この後で私が触れる様々な話題の考え方の基になっているからである．

量子力学においては，物理量は数ではなく，無限次元のヒルベルト空間上の線形作用素で表される．そこで，普通の数を掛けたり足したりするように，作用素たちも掛けたり足したりしたい．作用素というのは大体無限次元の行列のようなものだから，行列が掛けたり足したりできるように，