

特集／微積分を楽しむ

## 微積分の力を身につけるには

河東 泰之

### 1. はじめに

言うまでもなく、微積分学はあらゆる数学の基礎であり、世界中の高校、大学などで教えられている。本号は、大学で学ぶ微積分のポイント、他の自然科学や経済学での使われ方についての特集である。

日本では高校数学でそれなりのレベルの微積分を教えており、理科系の大学新生は基本的な微積分を学んだ上で大学に入ってくる。経済学部等でも入試に数学を課していれば、多項式の微積分程度は高校で学んでいる。学力低下でろくに身につけていないという意見もあるが、とりあえず、これだけの数学を高校で学んでいるということは立派なことである。アメリカでは一流大学でも、全く微積分を学んだことのない大学新生はごくありふれた存在である。理系では数学は受験の際の中心科目であるので、かなりの時間をかけて高校で微積分を学んだ学生も多いはずである。その上大学での微積分は何を学ぶのであろうか。

まず誰が見ても明らかな違いは、関数の変数の数が増えることである。高校では、変数  $x$  の関数  $f(x)$  を学んだが、大学では変数  $x, y$  の関数  $f(x, y)$  や、さらにもっと変数の多い関数、 $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  を扱う。極値を求めたり、面積、体積を求めたりするのが、高校微積分の中心テーマだったが、大学でも、同様の問題を複数の変数

を持つ関数について考えることになる。微積分とは変化する量を扱う学問であり、実用的な状況を考えれば、理工学でも経済学でも変数がたくさんあるのはごく普通の当然の状況である。現実世界の量が一つのパラメータにしか依存しないほうが例外であろう。これについては平地先生の記事で解説していただいた。大学1年生の数学の講義ではこれらの話題にいきなり入ることもあるが、一変数の話題に時間を費やすケースもよくある。どちらであっても、物理や化学の講義では、複数の変数を持つ関数の微積分を最初から使うことが多いので注意が必要である。カリキュラムの組み方があまりよくないと思うが、物理や化学のほうからすれば、数学で教えるのを待っている間に合わないということであろう。

このように変数が多い場合について新しく学ばなくてはいけないことは明らかだが、一変数の関数についても高校で学んだことだけでは理論上も応用上も不十分である。

応用上不足している一番の点は、テイラー展開、すなわち関数を整級数で近似する方法である。もともと微分というのは、関数を1次式で近似する手法である。さらに精度を上げて、2次式、3次式などで近似することができる。実用上は、たいの関数をこのように無限級数、あるいはそれを途中で切った多項式で近似することが多いので、これを学ぶことはあらゆる応用で必要である。また理論的な立場からも、高校以来よく知っている、