

特集／導来圏をめぐる

導来圏の雰囲気

高橋 篤史

1. はじめに

「導来圏を中心とした特集を組みたい」という内容の手紙を編集部より受け取ったとき、時代の変化を感じて非常に驚いた。

筆者がはじめて導来圏という言葉を知ったのは1996年、当時修士1年のときであった。正直なところ、「導来圏というすごいものがある」と聞いてもそれがどういうことか全く想像もつかず、「蓬莱軒といううまいラーメン屋があるらしい」程度のことしか思わなかった。その時代の大学院生にとっては、導来圏は確実に習得しておかなければならない知識ではなかったと思う。

筆者は現在では導来圏やその拡張概念の愛好者であり、またその研究を行っている。なので、一週間ぐらい導来圏と食事と睡眠だけで生活しても全然平気である。けれども、一般の読者にとって特集一冊全体が導来圏というのは大丈夫なのだろうか、興味を持つ読者はいるのだろうか、と心配になった。しかしそれと同時に、本誌の特集として取り上げるくらいに、導来圏が重要で身近な対象となったのだとも思った。このような展開になるとは、16年前には全く想像しなかった。

導来圏に対して、「極めて抽象的で、道具や言葉としてちょっと便利なものかもしれないが、それが本当に数学的実体をもつものなのか？」といった疑問を抱く読者もいるであろう。筆者も最初はそ

のような疑問を持った一人であった。本特集により、導来圏は道具として強力で見通しがきくものであるだけでなく、それ自身魅力的で豊富な数学的対象であることを実感してほしいと願っている。

2. たとえ話 (その1)

導来圏についての詳細は後の解説で与えられることになるので、この巻頭言ではその雰囲気を伝えるために、少したとえ話をしようと思う。

数ベクトルと抽象ベクトル空間の関係を思い出してみよう。まず、しかるべき和とスカラー倍が定義される集合を考えることによりベクトル空間という概念を定義し、その元をベクトルと呼んだのであった。基底という概念を導入することにより、個々のベクトルは数ベクトルとしての表示が与えられた。考えている設定や状況によっては、代数的・幾何学的に意味のある「特別によい基底」が存在し、その基底に関する数ベクトルの成分は重要な代数的・幾何学的意味を持つ。すなわち、重要な意味を持つ数ベクトルは、より普遍的な抽象ベクトル空間と「特別によい基底」の関係で規定されることになる。また、線形写像という概念を導入することにより、ベクトル空間を比較することが可能となる。とくに、同型写像により見かけ上全く異なる2つのベクトル空間が同一視されるという現象にも多く遭遇したであろう。ただし、この同型写像により一方の「特別によい基底」は必