

特集／幾何学における様々な発想

幾何学の発想

その変遷

小島 定吉

「発想」とは、要するに興味の対象（オブジェクト）をどう見るかという「思いつき」のことである。対象は一つであっても、その見方は多種多様にある。人によっては想像だにできなかった見方もあり得よう。日本語としては「思いつき」よりも「発想」のほうが重みがあるかもしれない。それはそれとして、幾何学の研究対象である図形の見方に大きな転換をもたらした過去の偉大な数学者の研究を振り返ると、発想の転換が常に期待される科学の現場では当たり前といえは当たり前だが、歴史の中に留めておくべき「発想」は時代とともに進化していることが見て取れる。

現代幾何学の原点は紀元前3世紀頃に編纂された「ユークリッド原論」であることは誰もが認める事実である。そこで展開された理論は、本特集の記事のいくつかにも言及があるとおり、精選された公理系から経験的に知り得た種々の事実が演繹されるという体系に核心がある。対象の抽象化と体系の構築という概型が基本にあり、その発想は今日では幾何学や数学に留まらず、科学のほとんどの分野の研究における方法論として活かしている。数学の歴史という観点からも、理論体系を構築するという発想は「ユークリッド原論」に始まると考えるのは妥当である。

その後幾何学の歴史は、散発的なケースを除くと特筆すべき「発想」の提起がなくしばらく滞るが、

17世紀のニュートンの登場により大きな転機を迎える。天体の動きという動的物理現象についてのニュートンの研究は、解析学の基盤である微積分学の創始につながるが、同時に、幾何学と関係の深い力学系分野にも継承されている。無理やり結びつけなくても、そもそも関数の微分を説明する際に図を用いない教師がいるはずもなく、ニュートンの業績が幾何学と無縁でないことは明らかである。しかし、ニュートンを幾何学者とよぶにはためらいを感じる。

現代幾何学の系譜を辿ると、おそらく18世紀のオイラーが創始者のカリスマであり、より具体的な成果の源泉はガウスといえよう。そこで19世紀前半から100年くらいを遡ってみると、ガウスが3次元ユークリッド空間に置かれた曲面の曲率などに注目したこと、リーマンが今日でいう多様体とリーマン幾何の基礎付けを提唱したこと、ポアンカレが多様体のトポロジーの研究を推奨したことなどの背景に、現代幾何学を支える大きな発想を読み取ることができる。しかし時代のずれがあることを考慮したとしても、三者に共通点があったと考えるのは無理がある。ではばらばらかというところはない。実際、現代幾何学の多くの場面でガウス・リーマン・ポアンカレの発想は互いに融合し、その影響は多大なものがある。例えば、ガウスが定義した曲率を、リーマンのいう