

特集／応用するトポロジー

巻頭言

トポロジーを応用する研究の流れ

出口 哲生

トポロジー (topology) とは何を意味する言葉なのであろうか。一般的な用法としては、トポロジーとは曲線や曲面など幾何学的対象のつながり方や全体の様子に関して、対象や空間を連続的に変形しても一定となる性質を示す、と言えるであろう。例えば、結び目の曲線を切断しない連続的な3次元写像を用いて、三葉結び目 (trefoil knot) を自明な結び目 (trivial knot) に変形することはできない¹⁾。三葉結び目と自明な結び目のトポロジーを区別することは、結び目理論^{2,3)}の出発点となる (三葉結び目は下川氏の記事の図1を参照)。

トポロジーという言葉は数学でも必ずしも一つの意味では用いられず、開集合を定義する位相を意味する場合と、結び目などの低次元トポロジーを意味する場合の二通りがあるという (河内氏の記事)。ただし、どちらにしても連続性を取り扱うという意味では共通する。一方、トポロジーという言葉が出てくる論文が自然科学の様々な分野で最近、急に増えてきた。日本で国際会議も開催された⁴⁾。そこで本号では、その中で最も素朴なアプローチの一つと思われる低次元トポロジーの応用研究を中心にして、特集を組んだ。

空間グラフのトポロジーは、数学で現在活発に研究されているテーマの一つである (新國氏の記事)。一方、遺伝情報の担い手であるDNAのトポロジーに関する研究は、生物学において既に約半世紀にわたって続けられてきた (下川氏の記事)。

化学の分野では、様々なトポロジーを持つ高分子の合成 (手塚氏の記事) が最近になって初めて可能となり、特に直近10年間の進展は著しい。物理学では、ゲージ場の理論を記述する上でトポロジーは欠かせない言葉であり (伊藤氏の記事)、超弦理論やトポロジー的場の理論では多様体のトポロジーを記述する新しい不変量が導かれた (藤氏の記事)。これらの新しいトポロジカル不変量は、数学にも大きな影響を与えている (河内氏の記事)。結び目を表す空間曲線を美しくきれいな形に描くことは容易でないが、結び目に対してある種のエネルギーを定義してその最小値を与える空間曲線を求めると、美しい曲線が導かれるのではないかと期待される。結び目に対してエネルギーを定義してみると、様々な数学と結びつくことが見出されている (今井氏の記事)。

実は、距離概念が登場するリーマン幾何学など微分幾何学に関しては、一般相対性理論や素粒子論のゲージ場の理論など、物理学の中で様々な応用が知られている⁵⁾。その一方、距離概念が登場しない低次元トポロジーが物理学さらには自然科学の諸分野で本格的に応用され始めたのは、案外最近のことなのである。ただし最初のきっかけは歴史的に古く、真空を満たす完全流体であるエーテル中の閉じた渦糸が原子を与えるのではないかと、という興味深い仮説が19世紀後半にケルビンによって提案された⁶⁾。粘性 (流体の内部摩擦) のな