

MATHEMATICAL SCIENCES

September 2015

Number 627

特集／リーマン

巻頭言

砂田 利一

来る 2016 年は、リーマン (Riemann, Georg Friedrich Bernhard; 1826–1866) の没後 150 年という節目の年である。世紀を超えて影響を及ぼし続ける数学者の中で、幾何学、数理物理学、代数関数論、素数分布、積分論など、多くの分野で重要な貢献を行ったリーマンは極めて突出していて、リーマン多様体、リーマン面、リーマン・ゼータ関数等々、今日でも盛んに研究されている様々な数学的概念に彼の名が付けられている。

まずは簡単に彼の生涯を紹介しておこう。リーマンは現在のドイツの北に位置するハノーバー王国の村で 6 人兄弟の 2 番目の子として生まれた。牧師であった父親のわずかな収入に支えられる暮らしの中で、内気で病気がちな子供であったが、既に幼少の頃から数学への異能の才を見せていた。父親の跡を継ぐため、1846 年にゲッティンゲン大学に入学し、神学を学ぶ。しかし、在学中に数学に魅了され、父親を説得して数学を専攻することになった。ゲッティンゲンはガウスの存在により当時ヨーロッパ数学の中心に位置していたものの、講義のほとんどは初等的内容に終始していたため、翌年にはベルリン大学に移り、リーマンの将来を決定付けるものとなるディリクレとヤコビの講義を聴いた。その後ゲッティンゲンに戻り、ガウスを驚嘆させる博士論文を提出、めでたく講師となった。1855 年には父親を亡くし、その後に妹も他界

するなどの家族の不幸があったが、強靭な知力の下で研究も順調に進み、1858 年にはイタリアに旅して当地の数学者と知り合い、59 年にガウス、ディリクレの後継者として正教授に昇格、60 年にはパリに滞在して多くのフランスの数学者にもてなされるなど、この前後の期間がリーマンにとってもっとも幸福な時間であった。しかし、1862 年に肋膜炎に罹り、イタリアで静養、回復するかと思われたが帰途に風邪を拗らせ、再びイタリアに向かうものの、1866 年 6 月、療養の甲斐なくマジョレ湖畔のホテルで息を引き取った。デデキントによれば、リーマンは死の前日まで研究を続け、当日も自らの魂が身体から遊離していくのを観察しているかのように、穏やかな死を迎えたという。

1. リーマン和

リーマンの主要業績については本特集の各論説に譲り、ここでは比較的地味な話題であるリーマン積分に関する概念であるリーマン和についての話を扱おう。

1853 年 12 月、リーマンは講師資格 (Habilitationsschrift) 獲得するため、“Über die Darstellbarkeit einer Function durch eine trigonometrische Reihe (三角級数による関数の表現について)” と