

まえがき

一部で「神の粒子」とよばれるヒッグス粒子の発見に伴い、素粒子の標準模型が電弱スケールの物理としてさらに強固な位置を得ている。この模型の理論的枠組はゲージ理論（ゲージ場の量子論）とよばれる場の量子論である。よって、ゲージ理論を理解することは、実験や観測を通して検証・確認された素粒子物理学の最前線（に位置する標準模型）に到達する最短コースとなる。さらに、ゲージ理論を理解する最短コースや入門書があれば、それに沿って学んでみたいと思うだろう。このような願いを実現すべく、本書を作成した。

本書を執筆するに当たって、3つのキーワード（あるいはコンセプト）「標準」、「基礎」、「解説」を念頭に置いた。「標準」に関しては、目標として素粒子の標準模型を理解することと内容に関して標準的であることを目指した。その際に、確立していることを中心に据えてなるべく標準的な表記法を使用した。「基礎」に関しては、基礎物理、すなわち、物理学科の学生が学部で3年次までに学ぶ基礎的な物理学である力学（解析力学を含む）、電磁気学、相対性理論、量子力学の知識と物理数学の手法を動員して、ゲージ理論を理解し、素粒子の標準模型の全体像を概観するという方式を選んだ。「解説」に関しては、素粒子の標準模型の根幹をなす数式（素粒子の標準数式と命名した）を暗号になぞらえて、その解説に挑むというスタイルを採った。ただし、目標、方式、スタイルを限定・確定した分、ゲージ理論にまつわる他の話題（ゲージ場の量子化や摂動計算、標準模型を超える理論的試み、磁気単極子やインスタントンやゲージ異常項などの位相幾何学と関係する物理、ゲージ理論による重力の定式化、…）を割愛することとなった。興味のある方は適切な参考文献に当たってほしい。

本書の主な対象として、当初は基礎物理を一通り学び終えた方を想定していたが、物理数学の内容を充実させることにより、基礎物理を学んでいる真っ最中の方がかりでなく、今から学ぼうとしている方でも読めるように配慮した。よって、大学の新生でも飛ばし飛ばしになるかもしれないが、ある程度のところまで読めるように工夫したので挑戦してほしい。最初は細かい証明は飛ばしても構わないと思う。基礎物理や物理数学の学習が進んだ段階で立ち返ればよいと思う。学習のポイントは(1) 標準的な内容に慣れ親しむこと、(2) 基礎をしっかり身に付けること、(3) 暗号解説のように地道に取り組むこと、だと思う。第5章まではゲージ理論に至る関連する物理分野の紹介、いわば、基礎編なので、全く歯が立たないというような難所はないと思う。第6章から第8章までは応用編なので、その理解にはある程度の素粒子に関する基礎知識が必要となるであろう。適切な入門書（例えば、南部陽一郎著の「クォーク 素粒子物理はどこまで進んできたか、第2版」（講談社、1998年））を読んで知識を蓄えてから学習するとよいと思う。わからないことが雪だるま式に増えるのを恐れずに、頂上を目指しているうちに霧が晴れるように疑問点が解消されるときが来ることを信じて読み進めてほしい。

自主学習や自主ゼミにおいて、適切な参考書が心強い味方になることがある。体験談として、「一般相対性理論」を数式レベルで早く理解したくて、内山龍雄著の「相対性理論」(岩波書店, 1977年)の読破を目標にしたことがある。それを遂行するために、「微分幾何学」, 「線形代数学」, 「解析力学」, 「電磁気学」に関する自分に合いそうな書籍を大学図書館や生協で探しあて参考にしたことがある。そのような経験は「量子力学」, 「場の量子論」, 「素粒子物理学」を学習する上でも活かされたと思っている。

付録 A に記載した物理数学に関する言い訳をここで述べておく。定義や証明において厳密さに欠ける点があるかもしれないが、また、証明を省略している箇所もあるが、物理法則の理解を促進するのが主目的なので、大目に見てほしい。第 2 章から第 8 章までを読む際に、必要に応じて付録 A を参照することをお勧めする。

ずいぶん前に私の勤める大学で、従来とは切り口の異なる授業を提案したことがある。具体的には、現在、私が所属する学部では、基礎物理科目として力学 I, II, III, 電磁気学 I, II, III, 量子力学 I, II, III, 相対性理論 I, II, 熱力学, 統計力学 I, II, 物理数学 I, II, III に関する各 15 回の講義が行われているが、そのダイジェスト版(上記のもののエッセンスだけを紹介する 15 回の授業)を新入生に対して行うというものである。各回、その学問分野の「対象」, 「舞台」, 「法則」の紹介およびある程度の物理数学の紹介が主な内容となる。もしこのような授業形態が功を奏せば、新入生の学習意欲の向上が図れる、短期間(半年から 1 年ほど)で専門的な物理分野の内容(素粒子物理学ならば標準模型の枠組)にたどり着ける、物理数学の有用性・重要性が認識できる(新入生は「力学」を学ぶので「微積分」の有用性はすぐに理解できるが、「線形代数」の重要性は「量子力学」を学ぶまでわからない場合がある)、などの利点が生まれるのではないかと勝手に想像している。ともあれ、このような発想を本書の作成に活かしたつもりである。

学部の改組に伴い、興味や習熟度に応じたプログラムが現在行われている。実際に、意欲のある 2 名の学生(茶木敬典君, 古谷優樹君: 学部の 3 年生)が「アドバンスゼミ」と称する授業のもとで集ってくれた。さらに、谷口建人君(1 年間の留学を終えてインドから帰国したばかりの学部生)も途中から加わってくれた。「渡りに船」のような形で、本書の原稿をもとにして読み合わせを行った。その際に読者の視点から様々な有益な指摘をもらった。この場をお借りして、彼らに感謝の意を表したい。それから、執筆活動を温かく見守ってくれた家族に感謝しています。最後に本書の刊行に向けて、筆者を励まし様々なアドバイス、原稿に関する気になる箇所の指摘をくださったサイエンス社の高橋良太氏、平勢耕介氏をはじめ出版社の皆様方に心より感謝申し上げます。

2017 年 9 月

川村 嘉春

目次

| | | |
|-------|------------------|----|
| 第 1 章 | 素粒子の標準数式 | 1 |
| 1.1 | 素粒子の標準数式とは | 1 |
| 1.2 | 解読の手順 | 2 |
| 1.2.1 | \mathcal{L} とは | 2 |
| 1.2.2 | ψ とは | 2 |
| 1.2.3 | B_μ とは | 3 |
| 1.2.4 | ϕ とは | 4 |
| 1.2.5 | G_μ とは | 4 |
| 1.3 | 本書の目的をもう一度 | 4 |
| 第 2 章 | 古典物理学 | 7 |
| 2.1 | ニュートン力学 | 7 |
| 2.1.1 | 対象, 舞台, 法則 | 7 |
| 2.1.2 | ニュートンの運動方程式 | 8 |
| 2.1.3 | 運動量, 角運動量, エネルギー | 9 |
| 2.1.4 | 力の法則の例 | 11 |
| 2.2 | 解析力学 | 13 |
| 2.2.1 | ラグランジュ形式 | 13 |
| 2.2.2 | ハミルトン形式 | 14 |
| 2.2.3 | 変分原理 | 15 |
| 2.2.4 | 方程式の共変性 | 17 |
| 2.2.5 | 対称性と保存則 | 18 |
| 2.2.6 | 解析力学の利点 | 22 |
| 2.3 | 場の解析力学 | 23 |
| 2.3.1 | 場とは | 23 |
| 2.3.2 | 場の方程式 | 23 |
| 2.3.3 | ネーターの定理と保存量 | 26 |
| 2.4 | 特殊相対性理論 | 28 |
| 2.4.1 | 事の発端 | 28 |
| 2.4.2 | 舞台, 原理, 物理量 | 28 |
| 2.4.3 | 相対論的力学 | 32 |
| 2.4.4 | ラグランジアン密度に関する要請 | 35 |

| | | |
|--------------|-----------------------------|-----------|
| 2.5 | 振り返りと見直し | 35 |
| 第 3 章 | 量子物理学 | 38 |
| 3.1 | 量子力学 | 38 |
| 3.1.1 | 事の発端 | 38 |
| 3.1.2 | 対象, 舞台, 要素 | 40 |
| 3.1.3 | ハイゼンベルク表示 | 43 |
| 3.1.4 | 調和振動子 | 44 |
| 3.1.5 | 経路積分 | 47 |
| 3.1.6 | 量子力学の課題 | 49 |
| 3.2 | 相対論的量子力学 | 49 |
| 3.2.1 | 要請 | 49 |
| 3.2.2 | ディラック方程式 | 50 |
| 3.2.3 | 相対論的共変性 | 52 |
| 3.3 | 場の量子論 | 55 |
| 3.3.1 | 非相対論的場の量子論 | 55 |
| 3.3.2 | 相対論的場の量子論 | 61 |
| 3.4 | 振り返りと見直し | 63 |
| 第 4 章 | 電磁相互作用の理論 | 65 |
| 4.1 | 電磁気学 | 65 |
| 4.1.1 | 対象, 舞台, 法則 | 65 |
| 4.1.2 | マクスウェル方程式の解説 | 67 |
| 4.1.3 | マクスウェル方程式の書き換え | 74 |
| 4.1.4 | マクスウェル方程式に関する作用積分 | 76 |
| 4.1.5 | ゲージ対称性 | 77 |
| 4.2 | 量子電磁力学 | 79 |
| 4.2.1 | 作用積分 | 79 |
| 4.2.2 | 対称性 | 81 |
| 4.2.3 | 電磁場の量子化 | 86 |
| 4.2.4 | 自然単位系 | 89 |
| 4.3 | 振り返りと見直し | 90 |
| 第 5 章 | ゲージ理論 | 92 |
| 5.1 | ゲージ原理 | 92 |
| 5.2 | 量子電磁力学の導出 | 93 |
| 5.3 | ヤン・ミルズ理論 | 95 |
| 5.4 | ゲージ場の一般論 | 99 |

| | | |
|--------------|---------------------------------|------------|
| 5.5 | 振り返りと見直し | 101 |
| 第 6 章 | 弱い相互作用の理論 | 102 |
| 6.1 | 物質粒子のプロフィール | 102 |
| 6.2 | 弱い相互作用 | 107 |
| 6.2.1 | パリティの非保存 | 107 |
| 6.2.2 | 弱い相互作用の有効理論 | 110 |
| 6.3 | 弱い相互作用を記述するゲージ群 | 112 |
| 6.4 | ヒ格斯機構 | 115 |
| 6.4.1 | ゴールドストーン模型 | 115 |
| 6.4.2 | ヒ格斯模型 | 118 |
| 6.5 | 電弱理論 | 118 |
| 6.5.1 | ヒ格斯 2 重項の導入 | 118 |
| 6.5.2 | 湯川相互作用項 | 122 |
| 6.5.3 | 電弱理論の検証 | 123 |
| 6.6 | 振り返りと見直し | 124 |
| 第 7 章 | 強い相互作用の理論 | 126 |
| 7.1 | 強い相互作用 | 126 |
| 7.2 | 量子色力学 | 128 |
| 7.3 | 漸近的自由性 | 130 |
| 7.4 | クォークの閉じ込め | 133 |
| 7.4.1 | 類推による予想 | 134 |
| 7.4.2 | 閉じ込めに関する判定基準 | 135 |
| 7.5 | カイラル対称性の破れ | 138 |
| 7.6 | 振り返りと見直し | 142 |
| 第 8 章 | 素粒子の標準模型 | 143 |
| 8.1 | 標準模型 | 143 |
| 8.2 | 小林・益川模型 | 148 |
| 8.2.1 | クォーク混合 | 148 |
| 8.2.2 | K 中間子に関する CP 不変性の破れ | 149 |
| 8.2.3 | 標準模型における CP 不変性の破れ | 151 |
| 8.3 | ニュートリノの物理 | 153 |
| 8.3.1 | ニュートリノ質量 | 153 |
| 8.3.2 | ニュートリノ振動 | 155 |
| 8.4 | 標準模型の謎 | 157 |
| 8.5 | 展望 | 158 |

| | | |
|-------------|------------------------------|------------|
| 8.5.1 | 力の大統一 | 158 |
| 8.5.2 | 超対称性 | 159 |
| 8.5.3 | 超弦理論 | 159 |
| 8.5.4 | 宇宙の標準模型 | 160 |
| 付録 A | 本書の理解を助ける物理数学 | 161 |
| A.1 | ベクトル | 161 |
| A.2 | 微積分 | 165 |
| A.2.1 | 微分 | 165 |
| A.2.2 | 積分 | 167 |
| A.2.3 | 偏微分 | 168 |
| A.3 | 関数 | 169 |
| A.3.1 | 指数関数, 対数関数, 三角関数 | 169 |
| A.3.2 | ディラックの δ 関数 | 171 |
| A.3.3 | 汎関数 | 172 |
| A.4 | テンソル | 174 |
| A.4.1 | ユークリッド空間上のテンソル | 174 |
| A.4.2 | ミンコフスキー時空上のテンソル | 176 |
| A.5 | 線形代数 | 179 |
| A.5.1 | 線形性 | 179 |
| A.5.2 | 行列 | 179 |
| A.5.3 | 固有値問題 | 183 |
| A.5.4 | 無限次元空間 | 185 |
| A.6 | ベクトル解析 | 188 |
| A.6.1 | 勾配, 発散, 回転 | 189 |
| A.6.2 | 積分に関する定理 | 192 |
| A.7 | 群論 | 192 |
| A.7.1 | 群とは | 192 |
| A.7.2 | リー群 | 192 |
| A.7.3 | スピノル | 198 |
| A.8 | ファイバー束の幾何学 | 202 |
| 付録 B | ギリシア文字と専門用語 | 207 |
| | 参考文献 | 208 |
| | 索引 | 210 |