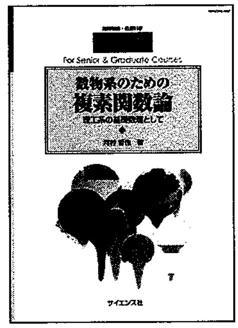
数物系のための複素関数論

理工系の基礎数理として



河村哲也著，B5 判，192 頁，本体 2204 円，サイエンス社

本誌編集部より数学の専門家でない私になぜ本書の書評依頼がなされたのかを考えるに，恐らくその理由は本書著者の河村哲也氏と私の専門が同じ（流体力学）であるからであろう．河村氏は，乱流の直接数値シミュレーションやラージ・エディ・シミュレーション（LES）が一般的となるはるか以前の 1980 年代中盤に，現在，河村・桑原スキームとよばれる 3 次精度風上差分を桑原邦郎氏とともに提案し，強い非線形性を有する乱流を安定に数値計算することを可能とされた．この成果は，乱流をはじめとする種々の流体現象の計算機上での再現を目指す数値流体力学という学問分野において，代表的な研究業績の一つと言える．

私が河村氏に初めてお目に掛かったのは，1990 年夏，当時同氏が所属しておられた鳥取大学において開催された第 8 回西日本乱流シンポジウムの折であった．この学会には，河村氏の恩師にあたる高見穎郎東大名誉教授，および高見先生の恩師にあたる今井功東大名誉教授も出席しておられた．本書が対象とするのは，複素関数論あるいは複素解析とよばれる数学分野であるが，今井先生は『複素解析と流体力学』（日本評論社）を，高見先生は『複素関数の微積分』（講談社）をそれぞれ執筆しておられる．つまり，師弟 3 代にわたって複素関数論に関する書物を著しておられるわけである．それは，今井先生，高見先生，河村氏のご専門である流体力学が複素関数論と密接に関係するからである．本書に述べられているように，正則関数は非圧縮流体の 2 次元渦なし流れに対応する．すなわち，非圧縮 2 次元渦なし流れの速度ポテンシャルと流れ関数を支配する方程式は，正則関数の実数部と虚数部が満足するコーシー・リーマンの関係式に一致する．したがって，正則関数に関する知見はそのまま流体力学に応用される．また，逆に流体の流れを思い浮かべることによって，正則関数の性質を視覚的に捉えることができる．

前置きが長くなってしまった．さて，本書の内容を見てみよう．本書が解説する複素関数論とは，複素数を引数とする複素数値関数の解析学（微分積分学）である．本書は，理工系学生を対象として，複素関数論を理工学へ応用する力を涵養する，あるいは応用を通して複素関数論をより深く理解することを目的としている．そのため，本書は，複素関数論の基礎が簡潔に説明される第 I 部（基礎編），一歩進んだ留数定理や調和関数などが説明される第 II 部（発展編），複素関数論の弾性論や流体力学への応用が解説される第 III 部（応用編），および主に具体的な応用例を記す 4 つの付録から構成されている．第 I 部では微分可能な複素関数である正則関数の積分やべき級数展開，および特異点や解析接続などの基礎が述べられており，第 4 章においては幾何学や力学への複素関数の応用といった本書固有の記述が見られる．第 II 部では留数定理や偏角の原理，正則関数の実数部，虚数部としての調和関数の性質といった標準的な内容とともに，第 5 章で正則関数による写像（等角写像）とそのラプラス方程式の境界値問題への応用が，第 8 章で複素関数論のニュートン法，鞍点法，漸近展開，数値積分といった関数の近似計算への応用が述べられている．第 III 部は本書の最も際立った特徴をなす部分であり，物理的な背景も丁寧に説明されつつ，2 次元弾性体の静力学解析への複素関数の応用および非圧縮 2 次元渦なし流れの解析への正則関数や等角写像の応用が展開され，また 2 重周期性をもつ楕円関数も紹介されている．

本書を読み終えて強く感じたのは，複素関数論の基礎と広範な理工系への応用とが極めて手際よく，かつ大変わかりやすくまとめられているということである．大学に進学した学生諸君は，線形代数学と解析学を学び，その後複素関数論に進むことになる．線形代数学，解析学は高校数学の延長線上にあるが，複素関数論はかなり異質である．学生諸君は関数の引数を実数から複素数に広げることで初めて，深く美しい数学の世界を体感するとともに，数学の応用とは何かを実感する機会を得る．本書がきっかけとなり，数理科学や応用数学に関心をもち，ひいては日本の数理科学，応用数学を牽引する方々が現れることを大いに期待したい．

河原　源太（大阪大学大学院基礎工学研究科）