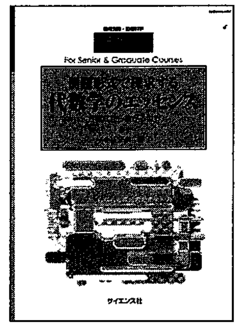

例題形式で探求する 代数学のエッセンス

方程式から拡がる世界

小林正典著，B5 判，192 頁，本体 2130 円，サイエンス社

本書は，無味乾燥に定義，定理，証明の羅列になりがちな代数学の本の中で，異彩を放つ 1 冊である．SGC ライブラリーとして刊行されていることから，純粋数学に留まらない，広く数理科学諸分野の読者を対象としていることがわかるが，一方で現代の代数学は，概念の抽象化が著しく進んでいることが災いして，なかなかこの手の企画に馴染まない．著者の小林正典氏は博学・多才な方なので，その氏がどの程度の内容をどのように料理しているのか，興味深く，また大いに期待して読ませていただいた．

本書を手にとってまず驚くことは章の多さである．全体で僅か 180 ページほどなのに 19 の章が設けてある．しかしこれは著者の作戦で，小分けにした章の冒頭にひとつの「例題」をおき，その解法を探りながら，背後に潜む代数学のエッセンスを解説するというやり方で進行する．ひとつの章は概ね 10 ページ弱と短いことと相まって，読者を飽きさせないための工夫なのである．もっとも，本書のベースになっているのは本誌「数理科学」の連載記事（約 2 年分）ということだから，必然的にこのような構成になったのかもしれない．

その各章の鍵となる「例題」だが，主に代数方程式に題材を求めたもので，必ずしも著者が序文でいう「高校数学程度で意味がわかる」レベルとは思えないが，読者が自ら解法を考えてみるのに心理的抵抗が少ないような問題が多い．例えば，体の拡大を解説する第 8 章の例題は「$\sqrt{5}$ を $\sqrt{3+\sqrt{3}}$ と $\sqrt{3-\sqrt{3}}$ の $\mathbf{Q}$ 係数多項式として表せるかどうか判定せよ．」であり，ヒルベルトの基底定理やグレブナー基底が登場する第 14 章のものは「実数 t でパラメータ表示された平面曲線 $(x,y)=(t^2+2t-1, t^3+3t^2+2t)$ の定義方程式を求めよ．」である．このような，実際に手を動かして解いてみようと思える題材を提供して，読者の興味を喚起するという著者の狙いは，確実に成功を収めている．

章の並んでいる順番も面白い．通常の大学の教育課程では，代数学分野はおおよそ「線形代数学」，「群論」，「環論」，「体論」という風に年次進行し，ハイライトはガロア理論である．しかし本書はこのような順番は気にしない．例えば，いかにも線形代数らしい「連立 1 次方程式」の見出しがでてくるのは，ずいぶん後の第 15 章である．一方，通常の講義ではひとつの到達目標といえる「ガロアの基本定理」は途中の第 12 章で解説されている．ただし，誤解が生じないように申し添えるが，本書を読むために線形代数が不要なわけではない．それどころか，一般の体上の線形空間は早々に第 2 章で登場する．

このように，当該分野のよくある書籍とは異なる特性を示す本書だが，扱っている内容は意外にも極めてスタンダードである．本書の副題「方程式から拡がる世界」の通り，代数方程式を中心に据えているので当然かも知れないが，第 13 章までにガロア理論における基本事柄のひと通りが過不足無く述べられている．また，そのあとにはヒルベルトの基底定理など，著者の研究分野（代数幾何学）に直結する事柄にも触れている．しかし，終わりが近づくに連れて，他書ではなかなか見られない個性的な内容が現れる．「連立 1 次不等式」，「トロピカル代数」，「グラフ」などである．こういった話題を含めたのは，具体的かつ効率的な計算法を提供するという代数学の応用面での使命を改めて強調する狙いであろう．

以上のように，本書は様々な工夫を凝らして書かれた代数学の入門書といえる．しかし，初学者が教科書として読み進めていくのには不向きである．必要な事柄を網羅し順序立てて書いてあるのが教科書の利点だが，本書では，例えば，体は「加減乗除が自由にできる集合である」（p.2）とされているが，正確な定義は（見落としだろうが）見つからなかった．また，p.23 には環やイデアル（の詳細）は代数学のテキストを参照するようにとの指示がある．このように，既に何らかの形で代数学を学んだ，あるいは学んでいる最中の読者を想定しているのではないかと思われる．そのような読者に対してなら，それをきちんと習得していようがいまいが，代数学に対する理解を深める上でお薦めできる，読んで楽しい 1 冊である．

今野 一宏（大阪大学大学院理学研究科）