

格子場の理論入門

大川正典・石川健一共著, B5判, 224頁, 本体2407円, サイエンス社



近年の計算機と計算アルゴリズムの劇的な進化によって、陽子、中性子などのハドロンの様々な特性や宇宙初期のクォーク・グルオン・プラズマからの相転移など、これまで計算が難しかった量子色力学 (QCD) の様々な物理量を、格子場の理論に基づく数値シミュレーションにより、QCDの第一原理から直接精密計算することが可能になった。これにより、素粒子・宇宙・原子核物理学にまたがる大きな発展がもたらされている。本書は、格子場の理論とそのシミュレーション・アルゴリズムの基礎を初学者向けに丁寧に解説した良い入門書である。

我々の身のまわりの物質はほとんど電子と陽子、中性子からできている。電子の運動は量子電磁力学 (QED) により記述され、原子の構造や化学的性質を精密に説明することに成功している。他方、陽子、中性子は、クォークの結合状態として QCD により記述されるが、極めて強く結合しているため、QED で成功した摂動論がほとんど使えない。QED も QCD も「場の理論」だが、摂動を超えた計算を行うためには、そもそも、無限個の自由度を持つ場の理論を数学的にどのように定義するかということから見直す必要があった。格子場の理論では、連続時空を一旦離散的な格子に置き換え、有限自由度の理論として構築した後に、格子間隔をゼロに外挿した極限として、場の理論を定義する。この連続極限をとる前は、数学的に安全な理論なので、摂動以外にも様々な方法が適用可能である。特に数値シミュレーションが近年実用上強力な手法となった。

格子場の理論に関する日本語の系統的な教科書としては、青木慎也氏の『格子上の場の理論』(丸善出版)があるが、場の理論や QCD に関するある程度の素養を前提としている。本書では、場の理論の初学者が直接格子場の理論に入門できるよう、場の理論の基礎もきっちりと説明されている。他方、おそらく入門書としての分量の制限により、格子上でフェルミ場とそのカイラル対称性に関する諸問題は、割り切って、最小限の解説に留められている。そのためクォークのシミュレーションでは、適宜、引用されている教科書や

文献で補う必要があるだろう。

本書の最初の3章では、最も簡単な系であるスカラー場の理論を例として、経路積分に基づく場の理論の基礎を解説しながら、格子場の理論が導入される。式変形も細部まで丁寧に解説されており、場の理論や経路積分の入門書としても秀逸である。4~5章で、そのくりこみと、連続極限をとるときに重要な役割を果たすくりこみ群が解説される。6~8章では、格子 QCD に向けて、様々な格子場の理論とそのゲージ化が議論される。9章では、一転して、経路積分を数値シミュレーションで評価するモンテ・カルロ計算の原理とそれを遂行するための計算アルゴリズムが解説される。ここまでの格子場の理論の構築で解説されてきた発想や理論とは全く違う視点からの議論となるが、格子模型をシミュレーションする上で不可欠であり、これらの異質な組み合わせにより大きな展開がもたらされているので、楽しんでほしい。現在も様々な新技法が開発され続けているが、それらの基礎となる基本アルゴリズムを要点を押さえて解説してある。10~11章では、格子上で物理量計算の基本的な例として、弦定数とハドロ質量の計算が解説される。格子シミュレーションは様々な理論的アイデアをテストする場としても有用である。12~13章では、そうした応用例として、著者らの最近の研究が紹介されている。

格子場の理論では、素粒子の基礎理論を与える場の理論を数学的に厳密に定式化するという原理的側面と、物理量を実際に数値的に評価して予言を行うという実務的側面が共存している。理論面でも数値計算アルゴリズム面でも新たなアイデアが次々と出され、清濁合わさって急激な進展が続いている。場の理論から数値計算や統計系まで、幅広い知識や直感が要求されるが、その分、自分の得意領域を見つけやすい世界であるとも言える。本書は格子場の理論を採検する取り掛かりとして、基礎を押えた良い入門書であると考えられる。

金谷和至 (筑波大学数理解析学)