

物性物理のための 場の理論・グリーン関数

量子多体系をどう解くか？

小形正男著、B5判、232頁、本体2500円、サイエンス社



物性理論研究の最前線で活躍されている小形正男氏による、グリーン関数の基礎と応用例を解説した本が出た。グリーン関数の教科書は、アブリコソフ・ゴルコフ・ジャロシンスキイの古典的名著をはじめとして多数あるが、本書では線形応答理論が詳述され、特に熱伝導現象が取り上げられており、それらが他書にはない特徴となっている。この関連の研究を始めたいと考える読者にとっては、基礎固めに有益であり、まとまった基礎的情報源としても重宝するであろう。一方、本書で具体的に扱われているのはフェルミ粒子系のみであり、ボーズ粒子系、特に、固有の難しさがあるボーズ-アインシュタイン凝縮相については全く触れられていない。表題に関連してこの点には注意が必要である。

グリーン関数は、理論物理学において必須の道具であり、使いこなせるようになると非常に便利である。ただ、その基礎の習得には、現実の物理現象とは直接関連のない数学的な定理の証明が延々と続くので、その解説をする際には、初学者が途中で投げ出さないような工夫が必要であると感じる。グリーン関数の導入も、なかなか難しい。数学的な定義はすぐに与えられるが、物理との関連が伝えづらい。一方、アブリコソフ・ゴルコフ・ジャロシンスキイのように、最初に物理との関連を直感で延々と述べられると、読者は迷ってしまうであろう。厳密さと直感的理解をいかにうまく調和させるか、その匙加減が難しいところである。以下、各章に沿って評者の感想を述べていくことにする。

第1章は第二量子化の解説である。多体波動関数の置換対称性が最初に述べられ、それを簡便に表現する手法として第二量子化が導入される。簡潔に要領よくまとめられている。ただし、スピニ自由度については触れられていない。

第2章は、物性物理学で現れる標準的なモデルが、第二量子化形式で与えられている。この章は初学者には便利で重宝すると思われる。導出も丁寧で、百科事典的にも使えるのではないか。ただ、この章の初めに、場の演算子にスピニ添え字が突如出てきて、その意味もはつきりとは書かれていない。読者にある程度の予

備知識がなければ戸惑うかもしれない。

第3章は、グリーン関数の導入とその性質が詳しく述べられる。具体的に、まず、実時間のグリーン関数とその性質が解説される。その後に温度グリーン関数が定義され、そのレーマン表示へと続く。さらに、温度グリーン関数が、そのレーマン表示を通して、実時間の遅延・先進グリーン関数と結びついていることが証明される。解説はコンパクトであるが、数学的な導入法であり、物理との関連やありがたみはこの段階でははつきりとはわからない。初学者は忍耐が必要である。

第4章では、グリーン関数の摂動展開、ブロックードウドミニシスの定理、ファインマン則、ダイソン方程式等が解説される。グリーン関数を習得するための一番の難所である。特に本書では相互作用描像、摂動展開、ブロックードウドミニシスの定理等について詳しく解説されている。ただ、「摂動展開では繋がった図形のみを残せばいい」という点や、指数関数展開に現れる $1/n!$ 因子が相殺する点に関しては、言葉でさらっと述べられているので、初学者が納得できるかどうかは明らかでない。

第5章は線形応答理論を扱っている。具体的には、線形応答の基礎、グリーン関数との関係、揺動散逸定理等が詳しくしっかりと解説されている。習熟した読者にとっては、百科事典的にも使えるのではと思われる。一方、初学者にとっては、ここを乗り切れば具体的な物理現象への応用に進んでいいけるのだが、数学的な内容が多いので、直感と結びつけるには、後で何度も読み返さなければならないと思われる。

第6章から第12章までは、応用を扱っている。特に、線形応答への応用が豊富である。具体的に、電荷応答（第6章）、帯磁率とハバードモデル（第7章）、電気伝導度（第8章）、電子格子系（第9章）、超伝導（第10章）、熱電応答（第11章）、固体中の電磁気学（第12章）が扱われている。他書と異なる特徴は、第8章と第11章で特に顕著である。

北孝文（北海道大学理学部）