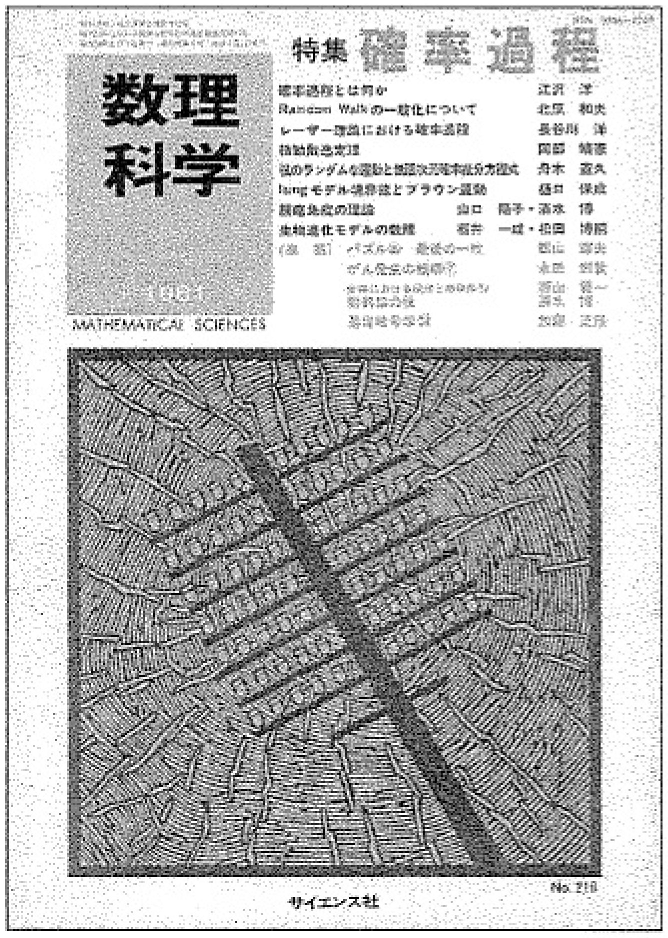
「数理科学」は語る

30年前から現代へのメッセージ

岡部 靖憲

1981年6月号



30年前に書いた表題「揺動散逸定理」を懐かしく思い出す．当時は，公理論的場の理論に現れる定常確率場に要請されたT-正値性の数学的構造を調べるために，T-正値性を満たす定常過程を対象とし，久保亮五・森肇の揺動散逸定理の数学的構造を調べていた．

確率過程の源はEinsteinのブラウン運動で，その時間発展はOrnstein–Uhlenbeckのランジュヴァン方程式で記述され，正規性・定常性・マルコフ性を持ち，相関関数は指数的減衰をしている（1905）．現在の確率過程に対する確率解析の源は，マルコフ性に着目した拡散過程（強マルコフ性と道の連続性）に対する研究で，Kolmogorovによる拡散過程とそれに付随する拡散方程式の研究（1931）と，伊藤清による拡散過程に付随する確率微分方程式の研究，確率微分方程式と拡散方程式を結びつける伊藤の公式の研究（1942）である．

1967年コンピュータシミュレーションで発見されたAlder–Wainwright効果（相関関数の分数冪的減衰）は，ブラウン運動を記述するOrnstein–Uhlenbeckのランジュヴァン方程式をStokes–Boussinesqueのランジュヴァン方程式に修正し，理論的にも実験的にも確かめられた．私は久保氏の論文（1979）を見て，その定常解である定常過程はT-正値性を満たす事に気づき，T-正値性を満たす定常過程に対するKMO-ランジュヴァン方程式論を展開し，揺動散逸定理とAlder–Wainwright効果の数学的構造を解明した（1986）．ノーベル経済学賞を受賞したBlack–Sholesモデルも破綻した（1973, 1998）．

私は数学者も複雑系現象のモデリングの問題に係るべきだと反省し，1988年より，離散時間の確率過程を対象とし，局所的な時間発展を記述するKM_2O-ランジュヴァン方程式論を展開した．さらに，時系列に適用する数学の理論の前提を検証する「実験数学」を提唱し，時系列の奥に潜む非線形構造――定常性・異常性・因果性・決定性・分離性・ダイナミクス・予測――を抽出する時系列の解析技術を開発し，実証研究を行ってきた．

現在，私は，時系列の実証研究によって抽出した時系列の離散的なダイナミクスの奥にある連続系のダイナミクスを導く「KeplerからNewton」的研究を目指し，連続時間の定常過程に対するKM_2O-ランジュヴァン方程式論を構築している．特に，拡散過程に付随する拡散方程式に対応して，定常過程に付随して，時間遅れのある2階楕円型偏微分方程式を導いた．さらに，32年前の論文で得たT-正値性を満たす定常過程に付随するハミルトニアンを用いて，ゼータ関数に対するリーマン予想の「壁」を少しずつこじ開けている．

将来，数学者がKM_2O-ランジュヴァン方程式論に基づく時系列の解析技術をさらに発展させ，複雑系現象の時系列の奥に潜む非線形構造を発見し，ノーベル賞を獲得する研究者が出ることを，私は夢見ている．

（おかべ・やすのり，
明治大学大学院先端数理科学研究科，東京大学名誉教授）