

「数理学」は語る

30年前から現代へのメッセージ

菊地 文雄

1983年2月号

30年前の特集“FEMによる流体解析”で私が担当したのは、“有限要素近似と数学的理論”でした。目次を見ると、流体関係の問題を有限要素法(FEM)で解析する手法や結果の話題が網羅されています。今見ても重要なテーマばかりですが、その間の大きな進歩は、3次元問題が本格的に解けるようになり、より複雑で現実的な問題の解析も可能になったことでしょう。

私の担当分を読み返すと、“数学の記号を少しは使わせてもらう”というお断り、3次元要素の話がないこと、最近はまだ見られない流れ関数を利用した手法など、当時の状況を反映した記述が目を見ました。その頃、他の手法に対する有限要素法の特徴は、流速と圧力という基本的物理量を直接扱いやすく、一般形状の物体の表現に適した三角形格子などが利用できることだったと思います。その代わり、近似関数や節点(格子点)の選び方に工夫が必要で、その解決のために数学の果たす役割が目立っていました。また、掲載内容は整理して私の著書¹⁾の一部となりました。海外では、流体の有限要素法の数学的理論を扱った専門書が多数刊行されています(例えば文献2))。

その後、有限要素法以外では非構造格子上の差分法や有限体積法などが発達し、有限要素法でも安定化技法や不連続ガレルキン法、X-FEM(Extended FEM)などが開発されてきましたが、同時にそれらに対する数学的理論も進歩し、今や有限要素法を中心とする数値計算法の数学的解析は、数理学での一大分野になっています。

3.11大震災でも、津波の伝播・遡上や放射性物質の移流・拡散などのシミュレーションに数値計算法が利用されましたが、予知には十分に活用されず残念です。また、海岸や山地のような複雑形状の解析には有限要素法は適していますが、差分法などのほうが多用されているようです。いずれにせよ、事後の解析でも数値的手法の有効性は十分に確認されており、次に起こりうる大震災の対策などに十分に役立てていただきたいと思います。

その後も数値計算に関する話題は本誌で何度も取り



上げられましたが、忘れてならないのは、この30年間に数値計算法に密接に関連する学会、例えば日本応用数学会や日本計算工学会が設立されたことです。これらの学会では、流体の有限要素解析に関する発表も多数なされており、数値的手法を社会の役に立てると同時に、その基本原理を数学的に解明する基盤も30年前よりは随分と充実したように感じます。

参考文献

- 1) 菊地文雄『有限要素法の数理』, 培風館, 1994.
- 2) V. Girault and P. A. Raviart, *Finite element methods for Navier-Stokes equations, Theory and algorithms*, Springer, 1986.

(さくち・ふみお、一橋大学大学院経済学研究科、東京大学名誉教授)