「数理科学」は語る

30年前から現代へのメッセージ

広田 良吾

1983年8月号

数式処理システムの REDUCE を使い続けてもう 40 年近くになる．1981 年に次の差分方程式を提出した[1]．

$$[Z_1\, e^{D_1} + Z_2\, e^{D_2} + Z_3\, e^{D_3}]\tau \cdot \tau = 0.$$

この方程式は現在広田方程式と呼ばれている．この方程式はパラメータ Z_1, Z_2, Z_3 と双線形演算子 D_1, D_2, D_3 の適当な組合せによってその当時までに良く知られたソリトン方程式 KdV, Boussinesq, sine-Gordon, Benjamin–Ono, Toda, KP などを生成するマスター方程式である．この方程式の可積分性を証明するために 3–ソリトン解を求める必要に迫られた．

その当時 REDUCE を使うには大型コンピュータを使うしかなく，ユーザーに許されるメモリの最大値が 1 M バイト以下で（今では信じられない数値だ），使用料も年間 100 万円近くになっていた．

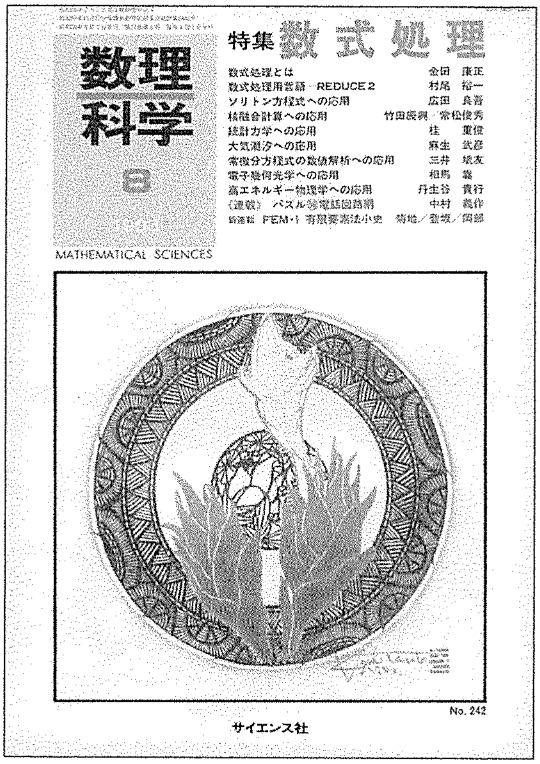
この方程式の解を求めるとき，一番苦労したのはメモリである．このため途中で何度プログラムを変更したか分からない．やっとの思いで，計算が終了し厳密な 3–ソリトン解が求まったときは感激した．

現在は無料の REDUCE（Free CSL version, 32bits）を使っている．これは Flash memory に入れてどこでも使える．試しに同じ計算をやってみたら 3 秒！で終了した．

この方程式は現在の用語で離散 KP 方程式系に属し[2]，解は行列式を使って表現される．その後，筆者は解が行列式ではなくパフィアンを使って表現される離散 BKP 方程式系[2]の研究に進んでいる．

ところが最近ザブロージン氏の解説[3]を発見した．その中で彼は「古典可積分系」と「量子可積分系」との関係を熱く語っている．

“古典可積分系と量子可積分系との間にはその他にももっと深い，普通の対応原理からは決して導かれない可積分系特有の関係もある．正確に言うと古典的方程式が量子的問題に $\hbar \neq 0$ の場合でさえ正確にそのままの関係式として含まれていることが分かってきた．”



読んで気になったのは次の主張である．『量子可積分系におけるマスター T 作用素 $T(t_0, t_1, \cdots)$ が古典的広田方程式の解 τ 関数と同一視できる』

この主張は，筆者には次のように聞こえる．『離散的 BKP 方程式の解である τ_{BKP} 関数に対応するものが量子可積分系に存在する』

参考文献

1) Hirota R., *J. Phys. Soc. Jpn.* **50** (1981) pp.3785–3791.

2) Miwa T., *Proc. Japan Acad. Ser. A. Math. Sci.* **58** (1982) pp.9–12.

3) A. ザブロージン・訳：武部尚志『可積分系における広田方程式と Bethe Ansatz』数理科学 2013 年 2 月号, pp.7–12.

（ひろた・りょうご，早稲田大学名誉教授）