理工系 複素関数論– 多変数の微積分から複素解析へ —

章末問題 II の解答ならびに補遺・正誤表

[はじめに]

ここには教科書にある問題の比較的詳しい解答のほかに，幾つかの注意や関連問題が含まれています．関連問題は，難易度・精粗まちまちですが，教科書や問題の内容をよりよく理解するのに非常に役立つ筈です．また，この章の内容に関する補遺と正誤表が末尾にあります．不手際をお詫びし，ご訂正くださるようお願いします．]

解答はもちろん正確を期したものではありますが，それでもまだまだミスプリントや計算間違いがあるかもしれません．発見なさったら，お手数ですが是非とも著者にご一報くださるようお願いします．連絡先は shiba@amath.hiroshima-u.ac.jp です．どうかよろしくお願いします.

1. まず，係数 a, b, c がすべて実数であるときは既に学んでいるはずであるが，念のため繰り返す．実数であることがどのように使われていたか，明確に思い出すためである．$a = 0$ ならば，方程式として意味があるためには $b \neq 0$ であって，このとき解は $-c/b$ である．また，$a \neq 0$ ならば与えられた方程式は

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

と変形されて，これより

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

を，すなわち解は

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

であることを知る.

さて，係数 a, b, c が複素数であるときに移っても，本質的に変わるところは何もない；0 でない複素数 a で両辺を割っても方程式としては同値であること，完全平方を作ることができること，右辺にある (複雑ではあるが結局は 1 つの) 複素数の平方根を求めること，これらができればよい．平方根をとる操作は例題 XXX で示した.

2. 前問で得た解の公式を用いれば
$$z = \frac{3i \pm \sqrt{-9-4\cdot 2\cdot 2}}{4} = \frac{3i \pm 5i}{4} = 2i, -\frac{i}{2}.$$
あるいは，次のようにもできる：　求める解を $\alpha + i\beta$ $(\alpha, \beta \in \mathbb{R})$ とおいて，これを与えられた方程式に代入すると
$$\begin{cases} 2\alpha^2 - 2\beta^2 + 3\beta + 2 &= 0 \\ 8\alpha\beta - 3 &= 0. \end{cases}$$
第 2 式から $\alpha = 0$　または $\beta = 3/8$ であるが，後者のときこれを第 1 式に入れて $2\alpha^2 = -91 < 0$　となって矛盾．したがって，$\beta \neq 3/8$ であって $\alpha = 0$．このとき第 1 式から β は方程式 $\beta^2 - 3\beta - 2 = 0$ を満たす．したがって，$\beta = 2, -1/2$.
上に見たことから，多項式 $2z^2 - 3iz + 2$ は $2(z-2i)(z+i/2) = (z-2i)(2z-i)$ と書ける．

3. 実数 α, β を用いて $\sqrt{11+4\sqrt{3}i} = \alpha + i\beta$ と書けたとする．両辺を 2 乗して実部と虚部をそれぞれ比べれば
$$\begin{cases} \alpha^2 - \beta^2 &= 11 \\ \alpha\beta &= 2\sqrt{3} \end{cases}$$
を得る．これより，$\alpha^2, -\beta^2$ は
$$t^2 - 11t - 12 = 0$$
の 2 つの解 (12, -1) であることが分かる．すなわち，$\alpha^2 = 12, \beta^2 = 1$. これらを満たす α, β は 2 つずつあって 4 組の可能性があるが，$\alpha\beta = 2\sqrt{3} > 0$ だから，結局 $\alpha + i\beta = \pm 2\sqrt{3} \pm 1 = \pm(2\sqrt{3} + i)$ が分かる．

4. 前問と同様に，実数 α, β を用いて $\sqrt{13+84i} = \alpha + i\beta$ と書けたとする．両辺を 2 乗して実部と虚部をそれぞれ比べれば
$$\begin{cases} \alpha^2 - \beta^2 = 13 \\ \alpha\beta = -42 \end{cases}$$
を得る．これより，$\alpha^2, -\beta^2$ は
$$t^2 - 13t - 42^2 = 0$$
の 2 つの解 (49, -36) であることが分かる．すなわち，$\alpha = \pm 7, \beta = \pm 6$. $\alpha\beta = -42 < 0$ だから，結局 $\alpha + i\beta = 7 - 6i, -7 + 6i$ が分かる．

5. 問題1で得た2次方程式の解の公式によれば,

$$(1+2i)z^2-(7+4i)z+5(3+i)=0$$

の解は

$$\begin{aligned} z &= \frac{7+4i\pm\sqrt{(7+4i)^2-4\cdot 5(3+i)(1+2i)}}{2(1+2i)} \\ &= \frac{7+4i\pm\sqrt{13-84i}}{2(1+2i)} \end{aligned}$$

であるが,ここで前問の結果を用いれば

$$z=\frac{(7+4i)\pm(7-6i)}{2(1+2i)}=1-3i,2+1$$

.

6. これは初等幾何学 (ユークリッド幾何学) におけるいわゆる中線定理. 複素数の計算としては

$$\begin{aligned} |z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2 &= (z_1+z_2)(\overline{z_1+z_2})+(z_1-z_2)(\overline{z_1-z_2}) \\ &= (z_1+z_2)(\bar{z}_1+\bar{z}_2)+(z_1-z_2)(\bar{z}_1-\bar{z}_2) \\ &= \{|z_1|^2+z_1\bar{z}_2+\bar{z}_1z_2+|z_2|^2\}+\{|z_1|^2-z_1\bar{z}_2-\bar{z}_1z_2+|z_2|^2\} \\ &= 2(|z_1|^2+|z_2|^2). \end{aligned}$$

7. 複素数 α が $|\alpha|<1$ を満たすならば,実数列の性質から

$$|\alpha^n-0|=|\alpha|^2\to 0 \quad (n\to\infty).$$

8.
   - $$\begin{aligned} 3+\sqrt{3}i &= \sqrt{3^2+3}\left(\frac{3}{12}+i\frac{\sqrt{3}}{12}\right) \\ &= 2\sqrt{3}\left(\cos(\frac{1}{6}+2k)\pi+i\sin(\frac{1}{6}+2k)\pi\right), \quad k\in\mathbb{Z}. \end{aligned}$$
   - $5\left(\cos\dfrac{\pi}{4}+i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)=5\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}+i\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}+i\dfrac{5\sqrt{2}}{2}.$

- $\sqrt{5}i = \sqrt{5}\left(\cos\left(k+1\right)\pi/2 + i\sin\left(k+1\right)\pi/2\right), \quad k \in \mathbb{Z}.$
- $13\left(\cos\dfrac{7\pi}{6} + i\sin\dfrac{7\pi}{6}\right) == -\dfrac{13}{2}\sqrt{3} - \dfrac{13}{2}i.$
- $-5 = 5\left(\cos\left(2k+1\right)\pi + i\sin\left(2k+1\right)\pi\right), \quad k \in \mathbb{Z}.$

9. 方程式

$$(3-\sqrt{3})z^2 - 2\{3+(4\sqrt{3}-3)i\}z + 12(3-\sqrt{3})i = 0(*)$$

の両辺に $3+\sqrt{3}$ をかけて 6 でわれば (あるいは直接 $3-\sqrt{3}$ でわれば), この方程式は

$$z^2 - \{(3+\sqrt{3}) + (3\sqrt{3}+1)i\}z + 12i = 0 \qquad (**)$$

になる．ここで幸いにして因数分解

$$\{z-(3+3\sqrt{3}i)\}\{z-(\sqrt{3}+i)\} = 0$$

が発見できれば解は一目瞭然であるが，それができなかったら，あるいは解の公式を適用することのみを考えたならば，次のように進む．

方程式 (**) の判別式 D は，

$$D = \{(3+\sqrt{3}) + (3\sqrt{3}+1)i\}^2 - 4\cdot 12i = 4\{-4+(-6+5\sqrt{3})i\}.$$

実数の場合と同様に，$D' := D/4$ とおくと，

$$D' = -4 + (-6+5\sqrt{3})i.$$

解の公式の適用に必要な $\sqrt{D'}$ を求めるために $\sqrt{D'}$ を極座標表示する．この目的のためにまず $|D'|$ を計算する：

$$|D'|^2 = 16 + (-6+5\sqrt{3})^2 = 127 - 60\sqrt{3} = 127 - 2\sqrt{2700}$$

であり $100+27=127,\ 100\times 27 = 2700$ であるから

$$|D'| = 10 - 3\sqrt{3}(>0).$$

したがって

$$D' = |D'|\cdot\frac{D'}{|D'|} = (10-\sqrt{3})\left(\frac{-4}{10-\sqrt{3}} + i\frac{-6+5\sqrt{3}}{10-3\sqrt{3}}\right).$$

ここで $\dfrac{D'}{|D'|}$ の部分は絶対値 1 であり，したがって適当な θ によって

$$\cos\theta + i\sin\theta$$

の形である；すなわち

$$\cos\theta = \frac{-4}{10-\sqrt{3}}, \qquad \sin\theta = \frac{-6+5\sqrt{3}}{10-3\sqrt{3}}$$

である．後のために，$\cos\theta < 0$, $\sin\theta > 0$ に注意しておく．これらの式から θ を一旦求めることをせずに，半角公式を用いて直接 $\cos\dfrac{\theta}{2}$, $\sin\dfrac{\theta}{2}$ を計算する[1]：

$$\cos^2\frac{\theta}{2} = \frac{1+\cos\theta}{2} = \frac{6-3\sqrt{3}}{2(10-\sqrt{3})}, \qquad \sin^2\frac{\theta}{2} = \frac{1-\cos\theta}{2} = \frac{14-3\sqrt{3}}{2(10-\sqrt{3})}.$$

したがって，先程の注意から，

$$\cos\frac{\theta}{2} = \pm\frac{\sqrt{6-3\sqrt{3}}}{\sqrt{2}\sqrt{10-\sqrt{3}}}, \qquad \sin\frac{\theta}{2} = \pm\frac{\sqrt{14-3\sqrt{3}}}{\sqrt{2}\sqrt{10-\sqrt{3}}} \qquad \text{(複合同順)}$$

が得られる．De Moivre の公式によって，複合同順として

$$\begin{aligned}
\sqrt{D'} &= \sqrt{10-3\sqrt{3}}\left(\cos\frac{\theta}{2} + i\sin\frac{\theta}{2}\right) \\
&= \pm\sqrt{10-3\sqrt{3}}\cdot\left(\frac{\sqrt{6-3\sqrt{3}}}{\sqrt{2}\sqrt{10-\sqrt{3}}} + i\frac{\sqrt{14-3\sqrt{3}}}{\sqrt{2}\sqrt{10-\sqrt{3}}}\right) \\
&= \pm\left(\frac{\sqrt{6-3\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} + i\frac{\sqrt{14-3\sqrt{3}}}{\sqrt{2}}\right) \\
&= \pm\frac{3-\sqrt{3}}{2} \pm i\frac{3\sqrt{3}-1}{2}.
\end{aligned}$$

[1]実際，真に欲しい量は D' そのものではなくその平方根であるから，このように直接 $\cos\dfrac{\theta}{2}$, $\sin\dfrac{\theta}{2}$ を求める方が合理的である．

したがって方程式 (**) の解は，解の公式から，

$$
\begin{aligned}
& \frac{-\{(3+\sqrt{3})+(3\sqrt{3}+1)i\} \pm \sqrt{D}}{2} \\
= \; & \frac{-\{(3+\sqrt{3})+(3\sqrt{3}+1)i\}}{2} \pm \sqrt{D'} \\
= \; & \frac{1}{2}\left[-\{(3+\sqrt{3})+(3\sqrt{3}+1)i\} \pm \{(3-\sqrt{3})+i(3\sqrt{3}-1)\}\right] \\
= \; & \begin{cases} \dfrac{6+6\sqrt{3}i}{2} & = \quad 3+3\sqrt{3}i \\ \dfrac{2\sqrt{3}+2i}{2} & = \quad \sqrt{3}+i \end{cases}
\end{aligned}
$$

よって方程式 (*) の解 z_1, z_2 は

$$z_1 = 3+3\sqrt{3}i \quad \text{および} \quad z_2 = \sqrt{3}+i,$$

言い換えれば (α, β) の組は

$$(3,\, 3\sqrt{3}) \quad \text{および} \quad (\sqrt{3},\, 1)$$

である．２つの解 z_1, z_2 の絶対値・偏角は，簡単な計算から分かるように，

$$|z_1| = 6, \quad \arg z_1 = \frac{\pi}{3}; \qquad\qquad |z_2| = 2, \quad \arg z_2 = \frac{\pi}{6}$$

である．

[**注意**]　この演習の計算は（特に最後の部分は）決して容易なものとはいえないので，すんなり解に到達できなかったとしてもがっかりするわけにはあゆかない．しかし，よく観察してみれば分かるとおり，本質的にはこれまでに蓄積した知識の反復使用に僅かばかりの拡張を加えればよいだけで，言い換えれば，手数はかかるが難解なものではない筈である．

[**関連問題**]
解と係数の関係が複素数を係数とする方程式においても成り立つことを確かめよ．さらに，上の解を $\alpha + i\beta,\, \gamma + i\delta\, (\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R})$ の形で書くとき，$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ の満たすべき関係式を導け．

10. 与えられた複素数は，容易に見て取れるように，$a^5=1$ を満たすことに注意する．計算すべき式を A とおくと，$(1-a)A=1-a^5=0$.

11.
- 根号の内部は整数 k を用いて

  $$2\sqrt{2}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}+i\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=2\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{3}{4}\pi+2k\pi\right)+i\sin\left(\frac{3}{4}\pi+2k\pi\right)\right),$$

  と表されるから，

  $$\sqrt[3]{-2+2i}=\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{2k}{3}\pi\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{2k}{3}\pi\right)\right),\quad k=0,1,2.$$

  これらは，

  $$\begin{aligned}\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right) &= 1+i,\\ \sqrt{2}\left(\cos\frac{11\pi}{12}+i\sin\frac{11\pi}{12}\right) &= -\frac{\sqrt{3}+1}{2}+i\frac{\sqrt{3}-1}{2},\\ \sqrt{2}\left(\cos\frac{19\pi}{12}+i\sin\frac{19\pi}{12}\right) &= \frac{\sqrt{3}-1}{2}-i\frac{\sqrt{3}+1}{2}\end{aligned}$$

  となる．(第 2，第 3 の解については余弦関数・正弦関数の半角公式を用いた．)
- 整数 k を用いて $-8=2^3\left(\cos(2k+1)\pi+i\sin(2k+1)\pi\right)$ と書けるから，

  $$\begin{aligned}\sqrt[6]{-8} &= \sqrt{2}\left(\cos\frac{(2k+1)\pi}{6}+i\sin\frac{(2k+1)\pi}{6}\right)\\ &= \begin{cases}\sqrt{2}\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{6}}{2} & k=0\\ \sqrt{2}(0+i) = \sqrt{2}i & k=1\\ \sqrt{2}\left(-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{6}}{2} & k=2\\ \sqrt{2}\left(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}-i\frac{\sqrt{6}}{2} & k=3\\ \sqrt{2}(0-i) = -\sqrt{2}i & k=4\\ \sqrt{2}\left(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}-i\frac{\sqrt{6}}{2} & k=5\end{cases}\end{aligned}$$

を得る．

12. 根号内は，整数kを用いて$-2\sqrt{3}-2i = 4\left(\cos(\frac{4}{3}\pi + 2k\pi) + \sin(\frac{4}{3}\pi + 2k\pi)\right)$と書けるから，

$$\begin{aligned}\sqrt[4]{-2\sqrt{3}-2i} &= \sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{1}{3}\pi + \frac{k}{2}\pi\right) + i\sin\left(\frac{1}{3}\pi + \frac{k}{2}\pi\right)\right) \\ &= \begin{cases} \sqrt{2}\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{6}}{2} & k=0 \\ \sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}\right) = -\frac{\sqrt{6}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2} & k=1 \\ \sqrt{2}\left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{6}}{2} & k=2 \\ \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{6}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2} & k=3 \end{cases}\end{aligned}$$

を得る．(これらの解はまとめて$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{6}}{2}\right) i^k \quad (k=0,1,2,3)$のようにも書ける．)

13. 複素数の絶対値は非負実数であるから，与えられた不等式は

$$|a-b|^2 < |1-a\bar{b}|^2 \qquad \text{あるいは} \qquad (a-b)(\bar{a}-\bar{b}) < (1-a\bar{b})(1-\bar{a}b)$$

と同値である．ところがこの不等式は

$$|a|^2|b|^2 - |a|^2 - |b|^2 + 1 > 0 \qquad \text{すなわち} \qquad (|a|^2-1)(|b|^2-1) > 0$$

と書き直せて，しかも$(|a|+1)(|b|+1) > 0$だから，結局条件は$(|a|-1)(|b|-1) > 0$を意味する．これは，複素数a, bがともに単位円板内にあるか，あるいはともに単位円板外にあるかのいずれかを表している．

14. 与えられた関係式を書き直して

$$a^2 - a(b+c) + b^2 - bc + c^2 = 0 \quad \text{すなわち} \quad (a-b)(a-c) + (b-c)^2 = 0$$

を得るが，これより

$$\frac{a-b}{c-b} = \frac{b-c}{a-c}$$

を得る．これは複素数 a, b, c を頂点とする 3 角形 Δ において b における頂角と c における頂角が等しいことを，すなわち Δ が 2 等辺 3 角形であることを示している．条件の対称性から，Δ が正 3 角形であることが分かる．以上の議論は逆にもたどれるから，与えられた条件は 3 点が正 3 角形を作るための必要十分条件である．

15. c は関係式

$$\left|c - \frac{1}{\bar{a}}\right| = |c - a| = |c - \zeta|$$

を満たす．第 1 の等式から

$$1 + |a|^2 = a\bar{c} + \bar{a}c (= 2\mathrm{Re}\,(\bar{c}a))$$

を，また第 2 の等式から

$$2\mathrm{Re}\,(\bar{c}\zeta) = |\zeta|^2 + 2\mathrm{Re}\,(\bar{c}a) - |a|^2$$

を得る．これらより ($|\zeta| = 1$ に注意すれば) 容易に証明すべき式が従う．

16. 複素数 $c - \zeta$ と ζ とが表すベクトルの内積を計算すれば

$$\mathrm{Re}\,[(c - \zeta)\bar{\zeta}] = \mathrm{Re}\,[(c\bar{\zeta} - |\zeta|^2] = \mathrm{Re}\,[\bar{\zeta}c] - 1 = 0.$$

すなわちこれらのベクトルは直交する．

17. 複素数 $a, 1/\bar{a}, \zeta$ の表す点を A, A', Z で表すとき，原点 O と 2 点 A, A' とは 1 直線上にあって，しかも

$$\overline{OA} \cdot \overline{OA'} = |a|\,|1/\bar{a}| = 1 = |OZ|^2$$

である．これは 3 角形 $AA'Z$ の外接円 Γ が点 Z で単位円 C の半径 OZ に接することを示している．すなわち円 Γ は単位円 C と直交する．

18. 極限記号下にある複素数の絶対値は n に等しいから，有限な複素数としての極限値は存在しない．実際，

$$n\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)^n = n\left(\cos\frac{n\pi}{4} + i\sin\frac{n\pi}{4}\right)$$

であるから，これらの複素数の表す点列が渦巻状に無限の彼方に遠ざかってゆくことが分かる．

19. 実数 $x, y; u, v$ を用いて $z = x + iy, 1/z = u + iv$ と表すとき，与えられた条件は $x = 1$ である．このとき

$$u + iv = \frac{1}{z} = \frac{x}{x^2 + y^2} - i\frac{y}{x^2 + y^2} = \frac{1}{1 + y^2} - i\frac{y}{1 + y^2}.$$

したがって $v = -uy$ であり，さらに

$$u = \frac{u^2}{u^2 + v^2}$$

であるが，$u \neq 0$ であるから，最終的に

$$\left(u - \frac{1}{2}\right)^2 + v^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

を得る．

これは中心が $\frac{1}{2} + 0 \cdot i$，半径が $\frac{1}{2}$ の円周である．問題 17 の解を思い出せば，この事実は幾何学的に容易に分かる．

20. 述べられた条件が成り立たなかったとすれば，

$$a \leq t_1 \leq t_2 \leq b;\ (\xi(t_1) - \xi(t_2))^2 + (\eta(t_1) - \eta(t_2))^2 = 0;$$
$$(t_1 - t_2)\{(t_1 - a)^2 + (t_2 - b)^2)\} \neq 0$$

を満たす t_1, t_2 が存在する．第 1 の条件では $t_1 = t_2$ を排除し得ないが，最後の条件から実際には $t_1 \neq t_2$ であり，さらに第 2 の条件から $\psi(t_1) = \psi(t_2)$ である．したがって曲線 γ は単純ではない．(両端点 $(t = a, b)$ については何ら言及し得ない；すなわち閉曲線である可能性は残る．) したがって，曲線 γ が単純ならば，述べられた条件が成り立つ．

逆に，問題に述べられた条件を仮定する．さらに 2 つの値 $t_1, t_2\,(a \leq t_1 \leq t_2 \leq b)$ に対して $\psi(t_1) = \psi(t_2)$ であったとしよう．仮定から $(t_1 - t_2)\{(t_1 - a)^2 + (t_2 - b)^2)\} = 0$ を得るが，これは「$t_1 = t_2$ であるか，さもなくば $t_1 = a, t_2 = b$ である」ことを意味する．すなわち，γ は単純である．(閉曲線になることは許される．)

21. 複素数の和・差・積が対応する行列の和・差・積になることは容易に確かめられる．さらに，0 ではない複素数 $z = a + ib$ に対しては $M(z)$ は正則行列であり，逆行列 $M(z)^{-1}$ をもつ．しかも

$$M(1/z) = M(z)^{-1}$$

が成り立つことも容易に確かめられる．

実数 a, b によって $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ と書ける行列の全体は体をなす；零元は $a = b = 0$, 単位元は $a = 1, b = 0$．すなわち，対応 $z \mapsto M(z)$ は体としての同型対応を与えている．

[**補遺・正誤表**] pp. 22 -40

1. 34 ページ脚注 16 において，脚注 12 参照とあるのは脚注 15 参照の誤り．
2. 36 ページ下から 5 行目 $z = sz_0 + tz_1 + uz_3$ とあるのは，もちろん $z = sz_0 + tz_1 + uz_2$ の方が自然．
3. 23 ページの 5 行目から 6 行目にかけて登場する $1, 0$ はいわゆる単位元，零元．
4. 24 ページの脚注 4 において，$\pm\sqrt{z}$ あるいは $\pm i\sqrt{z}$ とあるのは，もちろん $z = \pm\sqrt{z}$ あるいは $z = \pm i\sqrt{z}$ の意．念のため．
5. 28 ページの図 2.2 に x 軸，y 軸に x, y を追加．
6. 36 ページ中央の網掛け部分にある $\mathbb{D}^*(z_0, \rho) = \ldots$ は，(この記号はここが初出なので) コロンを加えて $\mathbb{D}^*(z_0, \rho) := \ldots$ とするのが適当 (定義にコロンを用いるのが最近の方法)．
7. 39 ページ 2 行目にある「C の外部」は「γ の外部」と訂正．
8. 39 ページの脚注 23 では，(誤解を避けるために) 最後の 1 文を削除．
9. 39 ページ問題 12 において計算を求められた量 $\sqrt[3]{2+2i}$ は問題として間違いというわけではないが，$\sqrt[3]{-2+2i}$ を計算するほうが文脈には適っている．