

理工系 複素関数論— 多変数の微積分から複素解析へ —
章末問題 VII の解答ならびに補遺・正誤表

[はじめに]

ここには教科書にある問題の比較的詳しい解答のほかに、幾つかの注意や関連問題が含まれています。関連問題は、難易度・精粗まちまちですが、教科書や問題の内容をよりよく理解するのに非常に役立つ筈です。また、この章の内容に関する補遺と正誤表が末尾にあります。不手際をお詫びし、ご訂正くださるようお願いいたします。]

解答はもちろん正確を期したものではありませんが、それでもまだまだミスプリントや計算間違いがあるかもしれません。発見なされたら、お手数ですが是非とも著者にご一報くださるようお願いいたします。連絡先は shiba@amath.hiroshima-u.ac.jp です。どうかよろしく申し上げます。

この章末問題はレポート用にするため、解答は一時的措置として省略。

[補遺・正誤表] pp. 123 - 144

1. 124 ページ上から 8 行目は $-C(a, R')$ ではなく $-C(0, R')$ とすべき。
2. 125 ページ上から 7 行目の「注意 (4) を参照」とあるのは「注意 (3) を参照」の誤り。
3. 125 ページの最下行は「前定理の f として $(z-a)^n f(z)$ を考えればよい。(証明終)」とするのが適切。
4. 128 ページの上から 6 行目に $[\cos z]_{z=0} + [\cosh z]_{z=0}$ とあるのは、正しくは $\{[\cos z]_{z=0}\}^2 + \{[\cosh z]_{z=0}\}^2$ 。
5. 128 ページの下から 3 行目、定理 7.5 ではなく定理 7.3。
6. 131 ページの上から 11 行目の $\int_{1/\sqrt{3}}^{\sqrt{3}/3}$ は $\int_{\sqrt{3}/3}^{1/\sqrt{3}}$ の方が分かりよいかもしれない；曲線の始点は $\sqrt{3}/3$ と表記されていた。
7. 134 ページの下から 2 行目、解答の 2 行目、図 7.4 などにおける bi や ib の混在は (間違いではないが) 記法としては不統一。
8. 135 ページ、上から 3 行目、 $S[A_k, A_k+iB]$ ($k=1, 2$) とあるのは $S[-A_1, -A_1+iB]$, $S[A_2, A_2+iB]$ のように個々に書くべき。

9. 135 ページの下から 2 行目の式は変数を実数の形で書いて

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x e^{iax}}{x^2 + b^2} dx = \pi i e^{-ab}$$

とするのがよい .

10. 136 ページ例題 7.9 は , $\int_0^{\infty} \frac{e^{i\lambda x}}{x} dx$ というより $\int_0^{\infty} \frac{\sin \lambda x}{x} dx$ を計算する問題とするのが適切 .
11. 136 ページ例題 7.9 の解答 1 行目「 $e^{i\lambda z}/z$ は上半平面で正則であるから」を「 $e^{i\lambda z}/z$ は原点以外で正則であるから」に変更する . 理由 : コーシーの積分定理 (定理 6.1) を適用するためには $\mathbb{C} \setminus \{0\}$ での正則性が必要 .
12. 138 ページの 13 行目「定積分の計算 (3)」は「定積分の計算 (4)」の誤り .
13. 139 ページの脚注 8) に次を追加 : 「59 ページの脚注 17) を参照 .」
14. 141 ページの網掛け部分の 2 行目 , 仮定「 $P(x) \neq 0 (x > 0)$ 」は「 $Q(x) \neq 0 (x > 0)$ 」の誤り .
15. 141 ページの脚注 10) に「101 ページの脚注 17) を参照 .」を追加しておくのが親切 .
16. 142 ページの上から 10 行目 , 正しくは (項の順序を入れ替えて)

$$\frac{1}{2i} \frac{1}{a(\log a - i\pi/2)} - \frac{1}{2i} \frac{1}{a(\log a + i\pi/2)} .$$

17. 143 ページ , 網掛け部分の上から 3 行目は , (以下には登場しない p を含んでいて) 無意味な仮定である . 正しくは ,

$$\lim_{z \rightarrow \infty} z \frac{P(z)}{Q(z)} = 0 .$$

また , 同じく網掛け部分において , 最終行を次のようにしておくのが親切であろう : 「 \dots であることに注意 .)」とあるのを「 \dots であることに , したがって上式の右辺の留数を考える点 ζ の候補の中には必ず $\zeta = -1$ が含まれていることに , 注意 .)」