ガイダンス確率統計：追加説明資料

この資料では,「ガイダンス確率統計」の内容のうち，追加説明が必要と判断した箇所を取り上げ，その該当箇所について詳しく説明する．

7.4 節 (7.53) 式について

$\log f_p(x)$ は

$$\log f_p(x) = \log(1/\sqrt{2\pi}) - \log c(p) - \frac{(d_n(p) - x)^2}{2c(p)^2}$$

と表せるため，対数関数の微分公式，商の微分法，合成関数の微分法などを用いて $\log f_p(x)$ の p に関する微分を計算すると

$$\frac{d}{dp}\log f_p(x) = -\frac{\frac{d}{dp}c(p)}{c(p)} - \frac{(d_n(p) - x)}{c(p)} \cdot \frac{\left(\frac{d}{dp}d_n(p)\right)c(p) - (d_n(p) - x)\frac{d}{dp}c(p)}{c(p)^2}$$

が得られる．ここで，3 つの関係式

$$\frac{d}{dp}c(p) = \frac{1-2p}{2p(1-p)}c(p), \quad \frac{d}{dp}d_n(p) = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{p(1-p)}}c(p), \quad d_n(p) - x = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}\left(p - p_0^{(n)}(x)\right)$$

が成り立つため，これらの関係式を用いて $\frac{d}{dp}\log f_p(x)$ の計算を続けると

$$\frac{d}{dp}\log f_p(x) = \frac{n}{2p^2(1-p)^2}\left\{\frac{(2p-1)p(1-p)}{n} + \kappa_x(p)\right\}$$

が得られる．