

演習 機械振動学 正誤表 (2026. 05. 23)

誤	正 (修正箇所は赤の下線部)
<p>p. 150 【第 5 章・問題 17】</p> <p>17 図 15 のようにばね <math>k</math> と質量 <math>m</math> から構成される振子がある。この振子が紙面内で振子運動するときの運動方程式を求めよ。ただし質量 <math>m</math> を吊り下げた静的つり合い状態におけるばねの長さを <math>l</math> とする。</p>	<p>17 図 15 のようにばね <math>k</math> と質量 <math>m</math> から構成される振子がある。この振子が紙面内で振子運動するときの運動方程式を求めよ。ただし <u><math>l</math> は質量 <math>m</math> が取り付けられていないときのばねの長さ、いわゆるばねの自然長とする。</u></p>
<p>p. 212 【第 5 章・問題 17・解答】</p> <p>静的釣り合い状態からのばねの伸びを <math>x</math>、振子の反時計方向の角変位を <math>\theta</math> とする。このとき振子の長さはばねの自然長を加えて <math>l+x</math> になるので、支点まわりの慣性モーメントは <math>m(l+x)^2</math> になる。よって運動エネルギー <math>T</math> は次のようになる。</p> $T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m (l+x)^2 \dot{\theta}^2$ <p>ポテンシャルエネルギー <math>U</math> はばねの伸び、および振子の角変位による位置の上昇に関するエネルギーの和</p> $U = \frac{1}{2} k x^2 + m g (l+x) (1 - \cos \theta)$ <p>で表される。以上より</p> $\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m \dot{x}, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} = m (l+x)^2 \dot{\theta},$ $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) = m \ddot{x},$ $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) = m (l+x)^2 \ddot{\theta} + 2m (l+x) \dot{x} \dot{\theta},$ $\frac{\partial T}{\partial x} = m (l+x) \dot{\theta}^2, \quad \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0,$ $\frac{\partial U}{\partial x} = kx + mg(1 - \cos \theta), \quad \frac{\partial U}{\partial \theta} = mg(l+x) \sin \theta$ <p>ラグランジュの運動方程式に代入して</p> $\left. \begin{aligned} m \ddot{x} - m (l+x) \dot{\theta}^2 + kx + mg(1 - \cos \theta) &= 0 \\ (l+x) \ddot{\theta} + 2 \dot{x} \dot{\theta} + g \sin \theta &= 0 \end{aligned} \right\}$	<p><u>ばねの自然長からの伸びを <math>x</math>、振子の反時計方向の角変位を <math>\theta</math> とする。このとき振子の長さは <math>l+x</math> になるので、</u> 支点まわりの慣性モーメントは <math>m(l+x)^2</math> になる。よって運動エネルギー <math>T</math> は次のようになる。</p> $T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m (l+x)^2 \dot{\theta}^2$ <p>ポテンシャルエネルギー <math>U</math> はばねの伸び、および振子の角変位による <u>質量 <math>m</math> の上昇</u>、に関するエネルギーの和</p> $U = \frac{1}{2} k x^2 + m g \{ l - (l+x) \cos \theta \}$ <p>で表される。以上より</p> $\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m \dot{x}, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} = m (l+x)^2 \dot{\theta},$ $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) = m \ddot{x},$ $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) = m (l+x)^2 \ddot{\theta} + 2m (l+x) \dot{x} \dot{\theta},$ $\frac{\partial T}{\partial x} = m (l+x) \dot{\theta}^2, \quad \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0,$ $\frac{\partial U}{\partial x} = kx - m g \cos \theta, \quad \frac{\partial U}{\partial \theta} = m g (l+x) \sin \theta$ <p>ラグランジュの運動方程式に代入して</p> $\left. \begin{aligned} m \ddot{x} - m (l+x) \dot{\theta}^2 + kx - m g \cos \theta &= 0 \\ (l+x) \ddot{\theta} + 2 \dot{x} \dot{\theta} + g \sin \theta &= 0 \end{aligned} \right\}$