

基礎 電力システム工学

2022年4月16日
数理工学社

章末問題の解答

2 章

[問題 1]

まず電気機器の代表である誘導電動機と変圧器を考えてみる．誘導電動機の回転数 N は、 $N = \frac{120f}{P}(1-s)$ (f :周波数、 P :極数、 s :すべり) で記述されることから、周波数 f に比例する．電動機の仕事量を決めるトルクは回転角速度 $\omega (= 2\pi f)$ に比例することから、仕事量は 60Hz の方が大きくなり有利と言える．

変圧器の誘導起電力 E は、 $E = fN_t\phi$ (N_t :コイルの巻き数、 ϕ :磁束) で示されることから、周波数が高い 60Hz の方が、同じ起電力を得るためにより小さな磁束、つまり同じ磁束密度の場合にはより小さな磁路断面積で済むことになり、よりコンパクトで省資源に貢献でき経済的と言える．

さらに電気機器の鉄損についても検討してみる．鉄損のうち、ヒステリシス損 P_h は $P_h \propto fB_m^{1.6}$ (B_m :最大磁束密度) と示され $B_m \propto \frac{E}{fS}$ の関係式があることから、 $P_h \propto \frac{E^{1.6}}{f^{0.8}}$ となり、周波数の高い方がヒステリシス損は少し小さくなる．もう一つの渦電流損 P_e は、 $P_e \propto \frac{(fB_m)^2}{\rho}$ (ρ :磁路の抵抗率) で示され、 B_m に上述の関係式を入れると $P_e \propto \frac{E^2}{\rho}$ となり、こちらは周波数に依存しないことになる．鉄損のうち 80% をヒステリシス損が占めると言われており、最終的に鉄損については周波数の高い 60Hz の方が少し小さく有利となる．

従って、電気機器においては 60Hz の方が有利と言える．

一方、送電について考えてみる．送電路のインピーダンスを $j\omega L$ 、また負荷を抵抗 R と単純化すると、このシステムの力率 $\cos \phi$ は $\cos \phi = \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\omega L}{R})^2}}$ と表され、周波数の低い 50Hz の方が力率は高く(良く)なる．

もう一つ加えて、送電効率という観点で考えてみる．三相電力 P は

$P = \sqrt{3}VI \cos \phi$ (V : 線間電圧, I : 1 線当たりの電流), 導電損失 P_ℓ は $P_\ell = 3RI^2$ で与えられることから, 送電効率 η を $\eta = \frac{P-P_\ell}{P}$ と定義すると $\eta = 1 - \frac{PR}{V^2 \cos^2 \phi}$ という式が導かれ, 力率が高くなる 50Hz の方が送電効率も良くなることがわかる.

従って, 送電においては 50Hz の方が有利と言える.

[問題 2]

(1) 電力の瞬時値 W_1 は定義により $W_1 = E_1 \cos \omega t \cdot I_1 \cos(\omega t - \phi)$ として与えられる. この式に三角関数の積和公式である $\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)}{2}$ を適用すると, $W_1 = E_1 I_1 \frac{\cos \phi + \cos(2\omega t - \phi)}{2}$ となり, W_1 は電源の 2 倍の周波数で変動していることを示すことができる.

(2) 対称三相回路であるので, $E_1 = E_2 = E_3$, $I_1 = I_2 = I_3$ となり, また各相の位相は $\frac{4}{3}\pi$ ずつずれている. 従って, W_2 と W_3 は $W_2 = E_1 I_1 \frac{\cos \phi + \cos(2\omega t + \frac{8}{3}\pi - \phi)}{2}$ と $W_3 = E_1 I_1 \frac{\cos \phi + \cos(2\omega t - \frac{8}{3}\pi - \phi)}{2}$ で与えられる. 最終的に $W_1 + W_2 + W_3$ によって三相交流電力の瞬時値を求めると次式となる.

$$W_1 + W_2 + W_3 = E_1 I_1 \frac{3 \cos \phi + \cos(2\omega t - \phi) + \cos(2\omega t + \frac{8}{3}\pi - \phi) + \cos(2\omega t - \frac{8}{3}\pi - \phi)}{2}$$

ここで, 最後の 2 項 $\cos(2\omega t + \frac{8}{3}\pi - \phi) + \cos(2\omega t - \frac{8}{3}\pi - \phi)$ に対して, 三角関数の加法定理である $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$ と $\cos(\frac{8}{3}\pi) = \cos(\frac{2}{3}\pi) = -\frac{1}{2}$ の関係を適用すると, この項は $-\cos(2\omega t - \phi)$ となる. よって,

$$W_1 + W_2 + W_3 = \frac{3E_1 I_1 \cos \phi}{2}$$

と表され, 三相交流電力の瞬時値は時間 t を含まず常に一定値となり, 脈動が全くないことがわかる. この点も三相交流の特長である.

[問題 3]

(i) n が奇数の場合: $n = 2m + 1$ (ただし, $m \geq 1$) とすると各線間電圧のうち最大となるのは, 図 AN.1 において右回りで付番をした場合,

m 番目と $n(= 2m + 1)$ 番目の線間電圧でこれを V とする. 図より,

$$V_0 \sin \frac{m}{2m+1} \pi = \frac{1}{2} V \quad (V_0 : \text{相電圧})$$
 の関係があるので, 相電圧 V_0 は

$$V_0 = \frac{V}{2 \sin \frac{m}{2m+1} \pi}$$
 で与えられる. 全送電電力 P は,

$$P = (2m + 1) V_0 I \cos \phi = (2m + 1) \frac{VI \cos \phi}{2 \sin \frac{m}{2m+1} \pi} \quad (\text{AN.1})$$

となり, 電線 1 条当たりの送電電力は

$$P' = \frac{P}{2m + 1} = \frac{VI \cos \phi}{2 \sin \frac{m}{2m+1} \pi}$$

となる. ここで, 单相 2 線式の 1 条当たりの送電電力 $P'_0 (= VI \cos \frac{\phi}{2})$ との比を取ると, 次式を得る.

$$\frac{P'}{P'_0} = \frac{1}{\sin \frac{m}{2m+1} \pi} = \frac{1}{\sin \frac{1}{2+\frac{1}{m}} \pi}$$

上式の $\frac{P'}{P'_0}$ は $m(\geq 1)$ の増加に対して単調に減少し, 次式の範囲で変化する.

$$1 < \frac{P'}{P'_0} \leq \frac{2}{\sqrt{3}} \doteq 1.15$$

つまり, $m = 1$ である三相 3 線式の場合に $\frac{P'}{P'_0}$ は最大の 1.15 になることがわかる.

次に所要前断面積について考える. 送電線による全損失電力 P_ℓ は, 電線 1 条の抵抗を R とすると次式が与えられる.

$$P_\ell = (2m + 1) RI^2 \quad (\text{AN.2})$$

また電流 I は (AN.1) 式より次式で与えられる.

$$I = \frac{2P \sin \frac{m}{2m+1} \pi}{(2m + 1) V \cos \phi} \quad (\text{AN.3})$$

ここで, 電線 1 条の抵抗 R は 2 章 (2.9) 式で与えられているので, 再掲しておく.

$$R = \frac{\rho l}{S} \quad (\text{AN.4})$$

なお, S は断面積, ρ は導電率, l は長さである. 最終的に, (AN.2) 式に (AN.3) 式と (AN.4) 式を代入することにより, 最終的に所要全電線断面積 S_{all} を求めると次式となる.

$$S_{\text{all}} = (2m + 1) S = \frac{4P^2 \rho l \sin^2 \frac{m}{2m+1} \pi}{P_\ell V^2 \cos^2 \phi} \quad (\text{AN.5})$$

単相 2 線式における所要全電線断面積は 2 章の (2.10) 式で与えられており, これを S_0 として (AN.5) 式で求めた S_{all} との比を取ると次式を得る.

$$\frac{S_{\text{all}}}{S_0} = \sin^2 \frac{m}{2m+1} \pi = \sin^2 \frac{1}{2 + \frac{1}{m}} \pi \quad (\text{AN.6})$$

上式の $\frac{S_{\text{all}}}{S_0}$ は $m (\geq 1)$ の増加に対して単調に増加し, 次式の範囲で変化する.

$$0.75 \leq \frac{S_{\text{all}}}{S_0} < 1 \quad (\text{AN.7})$$

つまり, $m = 1$ である三相 3 線式の場合には最小の 0.75 になることがわかる.

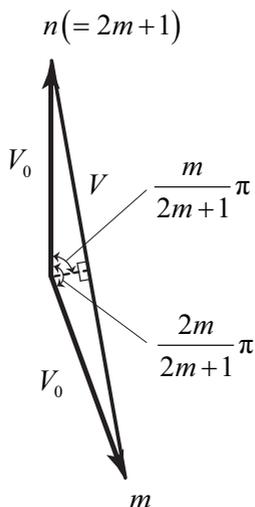


図 AN.1

(ii) n が偶数の場合 : $n = 2m$ (ただし, $m \geq 2$) とすると各線間電圧のうち最大となるのは上下対称の位置にある m 番目と $n (= 2m)$ 番目の線間電圧 (2つのフェーザのなす角は 180 度) でこれを V とする. よって, 相電圧 V_0 は $V_0 = \frac{V}{2}$ で与えられる. このことから, 電線 1 条当たりの送電電力 P' は

$$P' = \frac{VI \cos \phi}{2}$$

となり, (2.7) 式で示される単相 2 線式における 1 条当たりの送電電力 $VI \cos \frac{\phi}{2}$ と等しくなっている.

次に所要前断面積を n が奇数の場合と同様に求めてみる. 全送電電力 P は $P = nP'$ で表せることを用いると, 電流 I は,

$$I = \frac{2P}{nV \cos \phi}$$

となる. また, 送電線による全損失電力 P_ℓ は $P_\ell = nRI^2$, 電線 1 条の抵抗は (AN.4) 式で与えられることから, 最終的に所要全電線断面積 S_{all} を求めると次式となる.

$$S_{\text{all}} = nS = \frac{4P^2 \rho l}{P_\ell V^2 \cos^2 \phi}$$

従って, ここで求めた S_{all} は, (2.10) 式で示されている単相 2 線式における所要全電線断面積と等しくなっている.

以上のことから, n が偶数の場合は, 電線 1 条当たりの送電電力と所要全電線断面積はいずれも n の値によらず単相 2 線式の場合と等価になっていることがわかる.

(i) n が奇数の場合と (ii) n が偶数の場合を合わせて考えると, 2.4 節で示した表 2.3 が完成し, そこで記述した三相 3 線式は送電電力が大きく, かつ電線の断面積を小さくできる最も優れた方式であることを証明したことになる.

3章

[問題 1]

表 3.1 の値を用いて計算する．硬アルミより線と同じ抵抗を持つ硬銅より線の断面積は，抵抗の比率を用いて $612 \times \frac{61}{97} = 385[\text{mm}^2]$ となる．従って，硬銅より線の引っ張り強さは $1.31 \times 10^4 \sim 1.85 \times 10^4 \text{kg}$ である．一方，硬アルミより線 (断面積 612 mm^2) は $9.18 \times 10^3 \sim 1.04 \times 10^4 \text{kg}$ ，鋼より線 (断面積 79 mm^2) は，合計で $1.91 \times 10^4 \sim 2.15 \times 10^4 \text{kg}$ が鋼心アルミより線としての引っ張り強さとなり，変化範囲の中央値と比較すると硬銅より線の 1.28 倍に達している．もし，鋼心がない硬アルミより線の場合は，硬銅より線の 0.62 倍しかない．

[問題 2]

運転電圧 (線間電圧) に対する対地電圧は $\frac{154}{\sqrt{3}} \text{kV}$ となるので，それを 540 kV で割ると 16.5% となる．つまり，塩分付着によって懸垂がいしフラッシュオーバー電圧が $1/6$ 程度に低下したことになる．

4 章

[問題 1]

$$(1) R = \frac{1}{35} \times \frac{1}{240} \times 10^3 = 0.119 \text{ } [\Omega/\text{km}]$$

$$(2) (4.6) \text{ 式を用いて, } L = 0.1 \times \left(0.5 + 2 \log \frac{10 + 600}{0.01} \right) = 2.25 \text{ } [\text{mH}/\text{km}]$$

$$(3) (4.4) \text{ 式を用いて, } D = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 4} = 2.52 \text{ } [\text{m}]$$

$$(4.3) \text{ 式を用いて, } L = 0.1 \times \left(0.5 + 2 \log \frac{2.52}{0.01} \right) = 1.16 \text{ } [\text{mH}/\text{km}]$$

$$(4.10) \text{ 式を用いて, } C = \frac{0.05563}{\log \frac{2.52}{0.01}} = 0.0101 \text{ } [\mu\text{F}/\text{km}]$$

[問題 2]

図 AN.2 のように、無限に長い直線電荷 Q (単位長さ当たりの電荷量 $+\lambda$) とその大地面に対する鏡像電荷 Q' (単位長さ当たりの電荷量 $-\lambda$) が存在するときの P 点の電位を求めておく。電荷 Q および鏡像電荷 Q' が P 点にそれぞれ作る電位 v_+ および v_- は、基準点電位を v_0 、空間の誘電率を ε_0 とすると次式で与えられる。

$$v_+ = v_0 - \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \log x, \quad v_- = v_0 - \frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \log y$$

従って、P 点の電位は基準電位を大地面上の 0 とおくことにより、最終的に次式で与えられる。

$$v_P = v_+ + v_- = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \log \frac{y}{x} \quad (\text{AN.8})$$

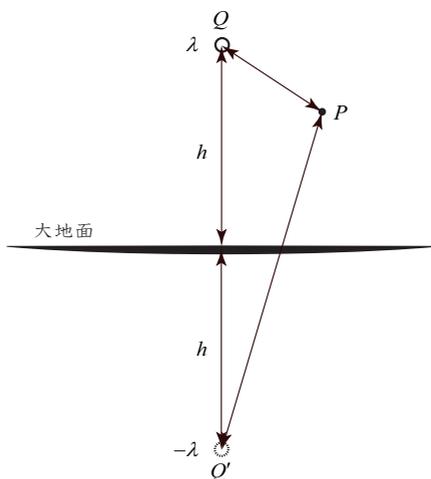


図 AN.2

次に図 4.11 で示したように 3 本の無限に長い導体 (半径 r) が配置されている場合を考えてみる. 導体 1, 2, 3 の電位をそれぞれ, v_1, v_2, v_3 , また単位長さ当たり電荷量をそれぞれ $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ とすると, 電荷と電位の間には重ね合わせの理が成立し次の関係式が得られる.

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix} \quad (\text{AN.9})$$

各係数 A_{ij} は電荷 λ_j のみが単位電荷 1 をもち, 他の電荷 $\lambda_k (k \neq j)$ は 0 として, (AN.8) 式により電位を求めることから定めることができる. 例えば, $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0, \lambda_3 = 0$ として, 電位 v_1, v_2, v_3 を求めるとそれぞれ A_{11}, A_{21}, A_{31} を定めることができる. 半径 r は D_{12}, D_{23}, D_{31} や h_1, h_2, h_3 に比べて十分に小さいと仮定した上で, A_{11} は (AN.8) 式に $x = r, y = 2h_1$ を, A_{21} は (AN.8) 式に $x = D_{12}, y = H_{21}$ を, A_{31} は (AN.8) 式に $x = D_{31}, y = H_{31}$ をそれぞれ代入することにより次の通り求めることができる.

$$A_{11} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \log \frac{2h_1}{r}, \quad A_{21} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \log \frac{H_{21}}{D_{12}}, \quad A_{31} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \log \frac{H_{31}}{D_{31}}$$

他の係数も同様に求めることができる。ここで、3本の導体は十分に撚架がされていることを考えると、 D_{12} , D_{23} , D_{31} はそれらの幾何平均 $D = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}$ で置き換えることができ、同様に h_1, h_2, h_3 は $h = \sqrt[3]{h_1h_2h_3}$, $H_{12}(=H_{21})$, $H_{23}(=H_{32})$, $H_{31}(=H_{13})$, は $H = \sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}$ でそれぞれ置き換えることができる。その結果、以下の関係式が得られる。

$$A_{11} = A_{22} = A_{33} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \log \frac{2h}{r}$$

$$A_{12} = A_{13} = A_{21} = A_{23} = A_{31} = A_{32} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \log \frac{H}{D}$$

(AN.9) 式を $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ について解くことにより、次の関係式を得ることができる。

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \quad (\text{AN.10})$$

係数 B_{ij} は係数 A_{ij} を用いて表すことができ、上述の A_{ij} に関する関係式を用いると次の関係式が得られる。

$$B_{11} = B_{22} = B_{33} = \frac{A_{11} + A_{12}}{(A_{11} + 2A_{12})(A_{11} - A_{12})} \quad (\text{AN.11})$$

$$B_{12} = B_{13} = B_{21} = B_{23} = B_{31} = B_{32} = \frac{-A_{12}}{(A_{11} + 2A_{12})(A_{11} - A_{12})} \quad (\text{AN.12})$$

ところで、対称三相回路では $v_1 + v_2 + v_3 = 0$ となるので、これと (AN.12) 式を利用して、(AN.10) 式の λ_1 を表す式は次のように変形できる。

$$\lambda_1 = B_{11}v_1 + B_{12}(v_2 + v_3) = (B_{11} - B_{12})v_1 \quad (\text{AN.13})$$

この関係式から $B_{11} - B_{12}$ が、導体1の電位0点に対する静電容量(作用静電容量)を表していることがわかるので、(AN.11), (AN.12) 式を用いることにより C_1 は次式で与えられる。

$$C_1 = B_{11} - B_{12} = \frac{1}{A_{11} - A_{12}} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\log \frac{2hD}{rH}} \quad (\text{AN.14})$$

さらに, D, h, H の関係を D と $2h$ の 2 辺が直角をなす直角三角形として近似してみると,

$$(2h)^2 + D^2 = H^2 \quad (\text{AN.15})$$

と考えることができ, H を h と D を用いて次式で表すことができる.

$$H = \sqrt{4h^2 + D^2} \quad (\text{AN.16})$$

最終的に, 大地面を考慮した三相送電導体の静電容量 (作用静電容量) C は, (AN.14) 式に (AN.16) 式を代入することにより, (4.11) 式で示した次式を得ることができる.

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\log\left(\frac{D}{r} \cdot \frac{2h}{\sqrt{4h^2 + D^2}}\right)} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\log\left(\frac{D}{r} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{D}{2h}\right)^2}}\right)}$$

5 章

[問題 1]

電圧降下率 $\epsilon \cong \frac{I(R\cos\phi_r + X\sin\phi_r)}{E_r} \times 100$ の受電端力率 $\cos\phi_r$ が悪くなると、 $\cos\phi_r$ は小さくなり、 $\sin\phi_r$ は大きくなる。送電線では $R/X \ll 1$ であるため $|R\Delta\cos\phi_r|$ (降下率の減少分) $\ll |X\Delta\sin\phi_r|$ (降下率の増加分) となり、電圧降下率は大きくなる。

[問題 2]

負荷は抵抗であるので、 \dot{I} と \dot{E}_r は同相となり、

$$\dot{E}_s = \dot{E}_r + (R + jX)\dot{I} = (\dot{E}_r + R\dot{I}) + jX\dot{I}$$

$$\therefore E_s^2 = (E_r + RI)^2 + (XI)^2 \quad (\text{AN.17})$$

$E_s = 6.93/\sqrt{3}\text{kV}$, $I = 50\text{A}$ とすると, (AN.17) 式より

$$16008300 = E_r^2 + 500E_r + 62500 + 122500$$

この 2 次方程式を解き、根号がプラスの解をとると、 $E_r = 3735.7\text{V}$ となる。

よって、受電端の線間電圧は、 $\sqrt{3}E_r \cong 6470\text{V} = 6.47\text{kV}$

電圧降下率 10% より、 $0.1 = \frac{E_s - E_r}{E_r} = \frac{6.93/\sqrt{3} - E_r}{E_r} \quad \therefore E_r \cong \frac{6.3}{\sqrt{3}}\text{kV}$

(AN.17) 式に E_s , E_r の値を代入して I についての 2 次方程式を解き、根号がプラスの解をとると、 $I = 67.2\text{A}$ となる。

[問題 3]

(5.9) 式の T 形等価回路：

図 5.3(a) において、 $\dot{E}_r = 1\text{V}$, $\dot{I}_r = 0\text{A}$ とおくと、アドミタンス \dot{Y} に流れる電流は $\dot{I}_s = \dot{Y}[A] \equiv \dot{C}$. よって、 $\dot{E}_s = 1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{2}[V] \equiv \dot{A}$ となる。 $\dot{E}_r = 0\text{V}$, $\dot{I}_r = 1\text{A}$ とおくと、アドミタンス \dot{Y} にかかる電圧

は $\frac{\dot{Z}}{2}$ [V], 電流は $\frac{\dot{Z}\dot{Y}}{2}$ [A]. よって, $\dot{I}_s = 1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{2}$ [A] $\equiv \dot{D}$. ここから,
 $\dot{E}_s = \left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{2}\right) \frac{\dot{Z}}{2} + \frac{\dot{Z}}{2} = \dot{Z} \left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{4}\right)$ [V] $\equiv \dot{B}$ となる.

(5.10) 式の π 形等価回路:

図 5.3(b) において, $\dot{E}_r = 1\text{V}$, $\dot{I}_r = 0\text{A}$ とおくと, 受電端側のアドミタンス $\frac{\dot{Y}}{2}$ に流れる電流は $\frac{\dot{Y}}{2}$ [A]. インピーダンス \dot{Z} にかかる電圧は $\frac{\dot{Y}\dot{Z}}{2}$ [V]. よって, $\dot{E}_s = \frac{\dot{Y}\dot{Z}}{2} + 1$ [V] $\equiv \dot{A}$. ここから, 送電端側のアドミタンス $\frac{\dot{Y}}{2}$ に流れる電流は $\left(\frac{\dot{Y}\dot{Z}}{2} + 1\right) \frac{\dot{Y}}{2}$ [A]. したがって, $\dot{I}_s = \left(\frac{\dot{Y}\dot{Z}}{2} + 1\right) \frac{\dot{Y}}{2} + \frac{\dot{Y}}{2} = \dot{Y} \left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{4}\right)$ [A] $\equiv \dot{C}$ となる. $\dot{E}_r = 0\text{V}$, $\dot{I}_r = 1\text{A}$ とおくと, インピーダンス \dot{Z} にかかる電圧, つまり送電端側のアドミタンス $\frac{\dot{Y}}{2}$ にかかる電圧は $\dot{E}_s = \dot{Z}$ [V] $\equiv \dot{B}$. ここから, 送電端側のアドミタンス $\frac{\dot{Y}}{2}$ に流れる電流は $\frac{\dot{Y}\dot{Z}}{2}$ [A]. よって, $\dot{I}_s = \frac{\dot{Y}\dot{Z}}{2} + 1$ [A] $\equiv \dot{D}$ となる.

[問題 4]

問題 3 と同様にして解く.

図 AN.3 において, $\dot{E}_r = 1\text{V}$, $\dot{I}_r = 0\text{A}$ とおくと, $\dot{I}_r = \dot{I}_{r1} + \dot{I}_{r2} = 0$
 $\therefore \dot{I}_{r2} = -\dot{I}_{r1}$

$$\dot{A} \equiv \dot{E}_s = \dot{A}_1 + \dot{B}_1 \dot{I}_{r1} = \dot{A}_2 + \dot{B}_2 \dot{I}_{r2} = \dot{A}_2 - \dot{B}_2 \dot{I}_{r1} \quad (\text{AN.18})$$

$$\dot{C} \equiv \dot{I}_s = \dot{I}_{s1} + \dot{I}_{s2} = \dot{C}_1 + \dot{D}_1 \dot{I}_{r1} + \dot{C}_2 + \dot{D}_2 \dot{I}_{r2} = \dot{C}_1 + \dot{C}_2 + (\dot{D}_1 - \dot{D}_2) \dot{I}_{r1} \quad (\text{AN.19})$$

$$(\text{AN.18}) \text{ 式より, } \dot{I}_{r1} = \frac{\dot{A}_2 - \dot{A}_1}{\dot{B}_1 + \dot{B}_2}$$

これを (AN.18) 式、(AN.19) 式に代入すると

$$\dot{A} = \frac{\dot{A}_1 \dot{B}_2 + \dot{B}_1 \dot{A}_2}{\dot{B}_1 + \dot{B}_2}, \dot{C} = \dot{C}_1 + \dot{C}_2 + (\dot{D}_1 - \dot{D}_2) \frac{\dot{A}_2 - \dot{A}_1}{\dot{B}_1 + \dot{B}_2}$$

$$\dot{E}_r = 0[\text{V}], \dot{I}_r = 1[\text{A}] \text{ とおくと, } \dot{I}_r = \dot{I}_{r1} + \dot{I}_{r2} = 1 \quad \therefore \dot{I}_{r2} = 1 - \dot{I}_{r1}$$

$$\dot{B} \equiv \dot{E}_s = \dot{B}_1 \dot{I}_{r1} + \dot{B}_2 \dot{I}_{r2} = \dot{B}_2 (1 - \dot{I}_{r1}) \quad (\text{AN.20})$$

$$\dot{D} \equiv \dot{I}_s = \dot{I}_{s1} + \dot{I}_{s2} = \dot{D}_1 \dot{I}_{r1} + \dot{D}_2 \dot{I}_{r2} = \dot{D}_1 \dot{I}_{r1} + \dot{D}_2 (1 - \dot{I}_{r1}) \quad (\text{AN.21})$$

$$(\text{AN.20}) \text{ 式より, } \dot{I}_{r1} = \frac{\dot{B}_2}{\dot{B}_1 + \dot{B}_2}$$

$$\text{これを (AN.20) 式, (AN.21) 式に代入すると } \dot{B} = \frac{\dot{B}_1 \dot{B}_2}{\dot{B}_1 + \dot{B}_2}, \dot{D} = \frac{\dot{D}_1 \dot{B}_2 + \dot{D}_2 \dot{B}_1}{\dot{B}_1 + \dot{B}_2}$$

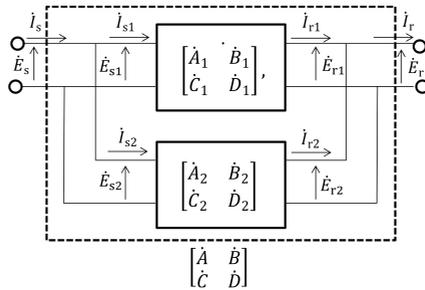


図 AN.3

[問題 5]

- (1) $\dot{Z} = j25.1\Omega$, $\dot{Y} = j6.28 \times 10^{-4}\text{S}$, $\dot{A} = \dot{D} = 0.992$, $\dot{B} = j25.0$,
 $\dot{C} = j6.28 \times 10^{-4}$
- (2) 受電端開放なので, $\dot{I}_r = 0$ として, 相電圧を用いて

$$\dot{E}_s = \dot{A}\dot{E}_r$$

両辺を $\sqrt{3}$ 倍して絶対値をとると

$$|\dot{V}_s| = |\dot{A}||\dot{V}_r| = 0.992 \times 275 \cong 273\text{kV}$$

$$\dot{I}_s = \dot{C}\dot{E}_r$$

$$Q_s = 3 \times \text{Im}(\dot{E}_s \overline{\dot{I}_s}) = 3 \times \text{Im}(\dot{A}\dot{E}_r \overline{\dot{C}\dot{E}_r})$$

$$= 3 \times 0.992 \times (-6.28 \times 10^{-4}) \times \left(\frac{275}{\sqrt{3}}\right)^2 \times 10^6 = -47.1\text{MVar}$$

[問題 6]

(5.25) 式より

$$\begin{pmatrix} 1 & \dot{Z} \\ \dot{Y} & 1 \end{pmatrix}$$

[問題 7]

$$\dot{Z}_s \cong \sqrt{\frac{l}{c}} = \sqrt{\frac{0.86 \times 10^{-3}}{12.3 \times 10^{-9}}} \cong 264\Omega$$

$$\omega\sqrt{LC} = 2 \times 3.1415 \times 50\sqrt{0.86 \times 10^{-3} \times 100 \times 12.3 \times 10^{-9} \times 100}$$

$$\cong 0.102\text{rad}/100\text{km} \cong 5.84\text{deg}/100\text{km}$$

6 章

[問題 1] 電流の新旧の基準をそれぞれ I_{new} , I_{old} とすると

$$\begin{aligned} Z_{\text{new}}^* &= \frac{Z}{Z_{\text{new}}} = \frac{Z I_{\text{new}}}{V_{\text{new}}} = \frac{Z}{Z_{\text{old}}} \frac{V_{\text{old}}}{I_{\text{old}}} \frac{I_{\text{new}}}{V_{\text{new}}} \\ &= Z_{\text{old}}^* \left(\frac{V_{\text{old}}}{V_{\text{new}}} \right)^2 \left(\frac{\sqrt{3} I_{\text{new}} V_{\text{new}}}{\sqrt{3} I_{\text{old}} V_{\text{old}}} \right) \\ &= Z_{\text{old}}^* \left(\frac{V_{\text{old}}}{V_{\text{new}}} \right)^2 \left(\frac{S_{\text{new}}}{S_{\text{old}}} \right) \end{aligned}$$

[問題 2]

100MV・A 基準での変圧器のリアクタンスはそれぞれ $X_1=0.08$ p.u., $X_2=0.14$ p.u., $X_3=0.075$ p.u. となるので, 一次側・二次側間の等価リアクタンス X は

$$X = \frac{1}{\frac{1}{0.08} + \frac{1}{0.14} + \frac{1}{0.075}} = \frac{840}{277} \times \frac{1}{100} \cong 0.0303\text{p.u.}$$

[問題 3]

二次・三次端子間のリアクタンス X_{23} を 200MV・A 基準で表すと

$$X_{23} = 0.02 \times \frac{200}{50} = 0.08\text{p.u.}$$

となる. 一次・二次間のリアクタンス X_{12} , 一次・三次間のリアクタンス X_{31} は $X_{12}=0.15$ p.u., $X_{31}=0.08$ p.u. なので

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{X_{12} + X_{31} - X_{23}}{2} = \frac{0.15 + 0.08 - 0.08}{2} = 0.075\text{p.u.} \\ X_2 &= \frac{X_{12} + X_{23} - X_{31}}{2} = \frac{0.15 + 0.08 - 0.08}{2} = 0.075\text{p.u.} \\ X_3 &= \frac{X_{23} + X_{31} - X_{12}}{2} = \frac{0.08 + 0.08 - 0.15}{2} = 0.005\text{p.u.} \end{aligned}$$

[問題 4]

電流，インピーダンスの単位法の基準は $I_N = \frac{1000\text{MV}\cdot\text{A}}{\sqrt{3}\times 500\text{kV}} = \frac{2}{\sqrt{3}}\text{kA}$ ，
 $Z_N = \frac{500\text{kV}}{\sqrt{3}\times \frac{2}{\sqrt{3}}\text{kA}} = 250\Omega$ となる．したがって，送電線リアクタンスは
 $\frac{30}{250} = 0.12\text{p.u.}$ ，送電線電圧は $\frac{510}{500} = 1.02\text{p.u.}$ ，受電端電圧は 1.00p.u. ，受電端電
 力は $0.9 + j0.12\text{p.u.}$ ，送電線電圧は $I \cong \frac{E_s - E_r}{R \cos \phi_r + X \sin \phi_r} = \frac{1.02 - 1.0}{0.12 \times \frac{0.12}{\sqrt{0.12^2 + 0.9^2}}} \cong$
 1.26p.u. となる．

[問題 5]

(1) $2000\text{kV}\cdot\text{A}$ 発電設備 $\%Z = 15 \times \frac{10}{2} = 75\%$

$800\text{kV}\cdot\text{A}$ 発電設備 $\%Z = 15 \times \frac{10}{0.8} = 187.5\%$

(2) 三相短絡インピーダンス $\%Z = \frac{1}{\frac{1}{2.5+7.5} + \frac{1}{75} + \frac{1}{187.5+12}} \cong 8.45\%$

(3) 三相短絡電流は， $I_s = \frac{1.0}{0.08449} \cong 11.8\text{p.u.}$

単位法の電流基準は， $I_N = \frac{10\text{MV}}{\sqrt{3}\times 6.6\text{kV}} \cong 0.875\text{kA}$

したがって

$$I_s = 11.8 \times 0.875 \cong 10.4\text{kA}$$

7章

[問題 1]

以下に再掲する (7.3) 式, (7.8) 式

$$P_s = \frac{E_s^2}{Z} \sin \beta + \frac{E_s E_r}{Z} \sin (\delta - \beta)$$

$$P_r = -\frac{E_r^2}{Z} \sin \beta + \frac{E_s E_r}{Z} \sin (\delta + \beta)$$

より

$$P_L = P_s - P_r = \frac{E_s^2 + E_r^2}{Z} \sin \beta + \frac{E_s E_r}{Z} (\sin (\delta - \beta) - \sin (\delta + \beta))$$

$$= \frac{E_s^2 + E_r^2}{Z} \sin \beta - \frac{2E_s E_r}{Z} \sin \beta \cos \delta = \frac{\sin \beta}{Z} (E_s^2 + E_r^2 - 2E_s E_r \cos \delta)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad \sin \beta = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}}$$

$$\therefore P_L = \frac{R}{R^2 + X^2} (E_s^2 + E_r^2 - 2E_s E_r \cos \delta)$$

これは $P_L = P_s - P_r = I^2 R$ でもある。

[問題 2]

問題 1 で求めた P_L より

$$\frac{dP_L}{d\delta} = \frac{2RE_s E_r \sin \delta}{R^2 + X^2}$$

(7.3) 式より

$$\frac{dP_S}{d\delta} = \frac{E_s E_r}{Z} \cos (\delta - \beta) = \frac{E_s E_r}{R^2 + X^2} (R \sin \delta + X \cos \delta)$$

$$\therefore \frac{dP_L}{dP_S} = \frac{\frac{dP_L}{d\delta}}{\frac{dP_S}{d\delta}} = \frac{\frac{2RE_s E_r \sin \delta}{R^2 + X^2}}{\frac{E_s E_r}{R^2 + X^2} (R \sin \delta + X \cos \delta)}$$

$$= \frac{2R \sin \delta}{R \sin \delta + X \cos \delta} = \frac{2 \tan \delta}{\frac{X}{R} + \tan \delta}$$

[問題 3]

以下に再掲する (7.4) 式, (7.9) 式

$$Q_s = \frac{E_s^2}{Z} \cos \beta - \frac{E_s E_r}{Z} \cos(\delta - \beta)$$

$$Q_r = -\frac{E_r^2}{Z} \cos \beta + \frac{E_s E_r}{Z} \cos(\delta + \beta)$$

より

$$Q_L = Q_s - Q_r = \frac{E_s^2 + E_r^2}{Z} \cos \beta - \frac{2E_s E_r}{Z} \cos \beta \cos \delta$$

$$= \frac{\cos \beta}{Z} (E_s^2 + E_r^2 - 2E_s E_r \cos \delta)$$

$$= \frac{X}{R^2 + X^2} (E_s^2 + E_r^2 - 2E_s E_r \cos \delta)$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}_s - \dot{E}_r}{\dot{Z}} = \frac{E_s (\cos \delta + j \sin \delta) - E_r}{R + jX} \text{ より以下の式を得る.}$$

$$I = \frac{\sqrt{E_s^2 + E_r^2 - 2E_s E_r \cos \delta}}{\sqrt{R^2 + X^2}}$$

これらの式より

$$Q_L = Q_s - Q_r = I^2 X$$

となる.

[問題 4]

送電端円線図の (7.5) 式

$$\left(P_s - \frac{E_s^2}{Z} \sin \beta \right)^2 + \left(Q_s - \frac{E_s^2}{Z} \cos \beta \right)^2 = \left(\frac{E_s E_r}{Z} \right)^2$$

において $E_s = 1$, $E_r = 1$, $\sin \beta = 0$, $\cos \beta = 1$, $Z = X$ とすると

$$P_s^2 + \left(Q_s - \frac{1}{X}\right)^2 = \left(\frac{1}{X}\right)^2$$

これは、中心 $\left(0, \frac{1}{X}\right)$ 、半径 $\frac{1}{X}$ の円である。

受電端円線図の (7.10) 式

$$\left(P_r + \frac{E_r^2}{Z} \sin \beta\right)^2 + \left(Q_r + \frac{E_r^2}{Z} \cos \beta\right)^2 = \left(\frac{E_s E_r}{Z}\right)^2$$

からも同様に

$$P_r^2 + \left(Q_s + \frac{1}{X}\right)^2 = \left(\frac{1}{X}\right)^2$$

が得られ、これは、中心 $\left(0, -\frac{1}{X}\right)$ 、半径 $\frac{1}{X}$ の円である。

インピーダンスの基準値 Z_N は $Z_N = \frac{66\text{kV}^2}{1000\text{MV} \cdot \text{A}} = 4.356\Omega$

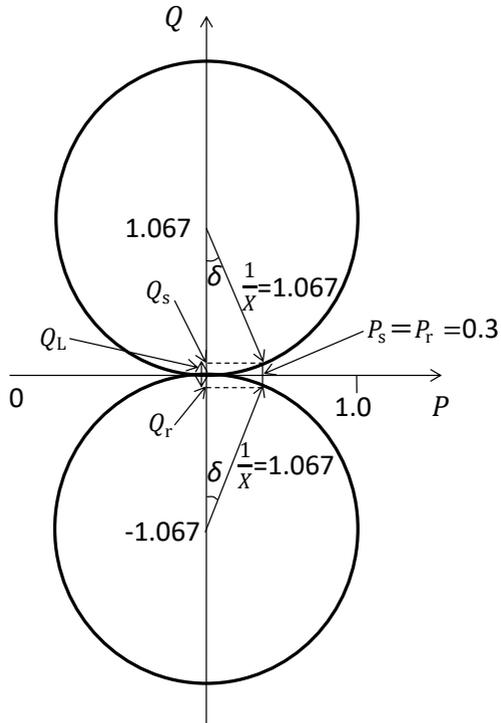
$$X = 13 \times 10^{-3} \times 314.15 = 4.084\Omega = \frac{4.084}{4.356} \cong 0.9376\text{p.u.}$$

$$\therefore \frac{1}{X} = \frac{1}{0.9376} \cong 1.067$$

$$\sin \delta = \frac{P_s}{\frac{1}{X}} = \frac{0.3}{1.067} \cong 0.281$$

無効電力損失 $Q_L = Q_s - Q_r$ は、円線図より

$$Q_L = 2 \times \left(1.067 - \sqrt{1.067^2 - 0.3^2}\right) \cong 0.0861$$



[問題 5]

- (1) 軽負荷時の進相コンデンサ開放
- (2) 分路リアクトルの投入
- (3) 送電端と受電端にリアクトルを接続することでフェランチ効果の軽減だけでなく、軽負荷時のキャパシタンス充電電流の補償も行うことができる。

[問題 6]

- (1) 短絡比の大きい発電機を使用し、増磁作用を減らす。
- (2) 受電端に分路リアクトル、同期調相機、静止形無効電力補償装置など

を接続し、進相電流を減らす。

- (3) 別の発電機を母線につなぎ、進相電流を分担させる。

8 章

[問題 1]

以下に再掲する (8.5) 式

$$\frac{2H}{\omega_0} \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{1}{\omega_0} \left(\frac{P_m - P_e}{S_0} \right)$$

より

$$\begin{aligned} \frac{2H}{\omega_0} \frac{d^2\theta}{dt^2} &= \frac{1}{\omega_0} \left(\frac{P_m - P_e}{S_N} \right) \left(\frac{S_N}{S_0} \right) \\ \therefore \frac{2H}{\omega_0} \left(\frac{S_0}{S_N} \right) \frac{d^2\theta}{dt^2} &= \frac{1}{\omega_0} \left(\frac{P_m - P_e}{S_N} \right) \\ \therefore M' \frac{d^2\theta}{dt^2} &\cong P_m^* - P_e^*, \text{ ただし } M' = M \left(\frac{S_0}{S_N} \right) \end{aligned}$$

[問題 2]

 $M \rightarrow$ 小: 振動周期が短くなる. $C \rightarrow$ 小: 振動周期が長くなる.

[問題 3]

$\left(\frac{D}{2M}\right)^2 - \left(\frac{C}{M}\right) < 0$ の場合, 発電機では, ほとんどの場合 $\left(\frac{D}{2M}\right)^2 - \left(\frac{C}{M}\right) < 0$ となり, 特性根 λ は虚数で

$$\lambda = -\frac{D}{2M} \pm j\sqrt{\left(\frac{C}{M}\right) - \left(\frac{D}{2M}\right)^2}$$

となる. したがって, 解は

$$\Delta\delta = e^{-\frac{D}{2M}t} \left(A \sin \sqrt{\frac{C}{M} - \left(\frac{D}{2M}\right)^2} t + B \cos \sqrt{\frac{C}{M} - \left(\frac{D}{2M}\right)^2} t \right)$$

となる.

 $M \rightarrow$ 小: 振動の収束 (減衰) が速くなり, 振動周期が短くなる.

$C \rightarrow$ 小：振動の収束（減衰）は変わらないが，振動周期が長くなる．

$\left(\frac{D}{2M}\right)^2 - \left(\frac{C}{M}\right) > 0$ の場合，特性根 λ は実数で

$$\lambda = -\frac{D}{2M} \pm \sqrt{\left(\frac{D}{2M}\right)^2 - \left(\frac{C}{M}\right)} < 0$$

となり

$$\Delta\delta = Ae^{\left(-\frac{D}{2M} + \sqrt{\left(\frac{D}{2M}\right)^2 - \left(\frac{C}{M}\right)}\right)t} + Be^{\left(-\frac{D}{2M} - \sqrt{\left(\frac{D}{2M}\right)^2 - \left(\frac{C}{M}\right)}\right)t}$$

となる．したがって

$M \rightarrow$ 小：非振動（漸近）の収束が速くなる．

$C \rightarrow$ 小：非振動（漸近）の収束が遅くなる．

[問題 4]

$$\begin{aligned} S_1 &= P_{m0}(\delta_1 - \delta_0) + \int_{\delta_1}^{\delta_s} \left(P_{m0} - \frac{E_s E_r}{X} \sin \delta \right) d\delta \\ &= P_{m0}(\delta_1 - \delta_0) + \left\{ P_{m0}(\delta_s - \delta_1) + \frac{E_s E_r}{X} (\cos \delta_s - \cos \delta_1) \right\} \\ &= P_{m0}(\delta_s - \delta_0) + \frac{E_s E_r}{X} (\cos \delta_s - \cos \delta_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_2 &= \int_{\delta_s}^{\delta_{\max}} \left(\frac{E_s E_r}{X} \sin \delta - P_{m0} \right) d\delta \\ &= \frac{E_s E_r}{X} (\cos \delta_s - \cos \delta_{\max}) - P_{m0}(\delta_{\max} - \delta_s) \end{aligned}$$

$S_1 = S_2$ より

$$P_{m0}(\delta_{\max} - \delta_0) = \frac{E_s E_r}{X} (\cos \delta_1 - \cos \delta_{\max})$$

$$\therefore \delta_1 = \cos^{-1} \left\{ \frac{P_{m0}}{\frac{E_s E_r}{X}} (\delta_{\max} - \delta_0) + \cos \delta_{\max} \right\}$$

ここで， δ_1 が臨界故障除去角になるには

$$P_{m0} = \frac{2E_s E_r}{X} \sin \delta_0 = \frac{E_s E_r}{X} \sin \delta_{\max}$$

$$\therefore \delta_0 = \sin^{-1} \left(\frac{P_{m0}}{\frac{2E_s E_r}{X}} \right)$$

$$\delta_{\max} = \pi - \sin^{-1} \left(\frac{P_{m0}}{\frac{E_s E_r}{X}} \right) \quad \left(0 \leq \sin^{-1} \left(\frac{P_{m0}}{\frac{E_s E_r}{X}} \right) \leq \frac{\pi}{2} \right)$$

[問題 5]

故障発生後、発電機の慣性定数 M が小さいと、発電機の加速が大きくなり、故障除去時間が一定とすると故障除去角が大きくなるので、図 8.9 に示す加速エネルギー S_1 が大きくなる。したがって、過渡安定度は悪化する。

[問題 6]

(1) 故障前の電氣的出力 P_e は、力率 0.9 の定格出力なので $P_e = 0.9$ となり、故障中は、発電機から有効電力は流れないので、 $P_e = 0$ 。よって、 P_e のステップ変化の大きさは $\Delta P_e = 0.9 - 0 = 0.9$ p.u. となる。

(2) (8.8) 式より $M \frac{d^2 \theta}{dt^2} \cong P_m^* - P_e^*$ 。故障発生により、 $P_m^* = 0.9, P_e^* = 0$ となるので

$$M \frac{d^2 \theta}{dt^2} \cong 0.9, \quad M = \frac{2H}{\omega_0} = \frac{2 \times 3.5}{314.1}$$

$$\therefore \frac{d^2 \theta}{dt^2} = \frac{0.9}{7} \times 314.1$$

$$\therefore \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \times \frac{0.9}{7} \times 314.1 t^2$$

0.1 秒間の内部相差角の増大量 $\Delta \delta$ は $\frac{1}{2} \times \frac{0.9}{7} \times 314.1 t^2$ において、 $t = 0.1$ を代入したもので、

$$\Delta \delta = \frac{1}{2} \times \frac{0.9}{7} \times 314.1 \times 0.1^2 \cong 0.202 \text{ rad}$$

(3) 発電機の有効・無効電力出力は、 $P + jQ = 0.9 + j0.436$ 。発電機端子電圧 \dot{V}_t の位相を基準にとると、その大きさが 1.0 なので発電機電流は $\dot{I} = 0.9 - j0.436$ 。

よって、過渡リアクタンス背後電圧 \dot{E}'_q は

$$\dot{E}'_q = 1.0 + j0.3 \times (0.9 - j0.436) \cong 1.13 + j0.27\text{p.u.}$$

その大きさ E'_q は、 $E'_q = \sqrt{1.13^2 + 0.27^2} \cong 1.16\text{p.u.}$ 無限大母線電圧 \dot{V}_∞ は

$$\dot{V}_\infty = 1.0 - j0.15 \times (0.9 - j0.436) \cong 0.935 - j0.135\text{p.u.}$$

その大きさ V_∞ は、 $V_\infty = \sqrt{0.935^2 + 0.135^2} \cong 0.944\text{p.u.}$

(4) 故障発生前の無限大母線から発電機過渡リアクタンス背後電圧までの合成リアクタンス X は、 $0.3 + 0.1 + 0.1/2 = 0.45 \text{ p.u.}$ なので

$$P_e = \frac{E'_q V_\infty}{X} \sin \delta = \frac{1.16 \times 0.944}{0.45} \sin \delta = 0.9$$

$$\therefore \sin \delta = \frac{0.9 \times 0.45}{1.16 \times 0.944} \cong 0.369$$

(5) 故障除去時には、問 (2) より $\Delta\delta = 0.202 \text{ rad}$ なので $\sin \Delta\delta \cong 0.202$.

故障除去後の無限大母線から発電機過渡リアクタンス背後電圧までの合成リアクタンスは

$$X = 0.3 + 0.1 + 0.1 = 0.5\text{p.u.}$$

$$\sin(\delta + \Delta\delta) = \sin \delta \cos \Delta\delta + \cos \delta \sin \Delta\delta$$

$$\cong 0.369 \times 0.979 + 0.930 \times 0.202 \cong 0.549$$

なので、電氣的出力 P_e は、

$$P_e = \frac{E'_q V_\infty}{X} \sin(\delta + \Delta\delta) = \frac{1.16 \times 0.944}{0.5} \times 0.549 \cong 1.21\text{p.u.}$$

したがって、 P_e のステップ変化の大きさは、 $\Delta P_e = 1.21 - 0 = 1.21 \text{ p.u.}$.

9 章

[問題 1]

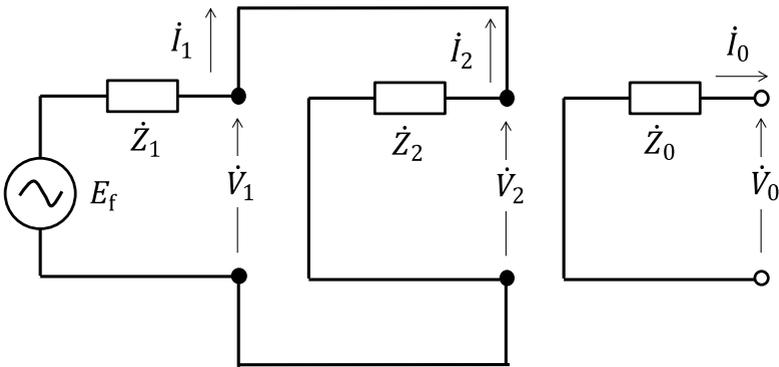
- i) 故障条件は $\dot{I}_a = 0, \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0, \dot{V}_b = \dot{V}_c$ である。
 ii) 故障条件を対称分に変換する。

$$\begin{aligned}\dot{I}_0 + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 &= 0 \\ \dot{I}_0 + \lambda^2 \dot{I}_1 + \lambda \dot{I}_2 + \dot{I}_0 + \lambda \dot{I}_1 + \lambda^2 \dot{I}_2 &= 0 \\ \dot{V}_0 + \lambda^2 \dot{V}_1 + \lambda \dot{V}_2 &= \dot{V}_0 + \lambda \dot{V}_1 + \lambda^2 \dot{V}_2\end{aligned}$$

- iii) 故障条件を整理すると次式になる。

$$\dot{I}_0 = 0, \quad \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 0, \quad \dot{V}_1 = \dot{V}_2$$

この故障条件に基づいて同期機の対称分等価回路を接続すると下図に示すようになる。



この図から

$$\dot{I}_1 = \frac{E_f}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}, \quad \dot{I}_2 = -\frac{E_f}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}$$

a 相健全相電圧 $\dot{V}_a = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = E_f - \dot{Z}_1 \dot{I}_1 - \dot{Z}_2 \dot{I}_2 = \frac{2\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} E_f$

$$\text{短絡電流 } \dot{I}_b = \dot{I}_0 + \lambda^2 \dot{I}_1 + \lambda \dot{I}_2 = \frac{\lambda^2 - \lambda}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} E_f = \frac{-j\sqrt{3}}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} E_f$$

[問題 2]

- i) a, b, c 相成分を用いた故障条件は, $\dot{V}_b = 0$, $\dot{I}_a = 0$, $\dot{I}_c = 0$
 ii) i) の故障条件を正相, 逆相, 零相の対称分に変換する.

$$\dot{V}_b = \dot{V}_0 + \lambda^2 \dot{V}_1 + \lambda \dot{V}_2 = 0 \quad (\text{AN.22})$$

$$\dot{I}_a = \dot{I}_0 + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 0 \quad (\text{AN.23})$$

$$\dot{I}_c = \dot{I}_0 + \lambda \dot{I}_1 + \lambda^2 \dot{I}_2 = 0 \quad (\text{AN.24})$$

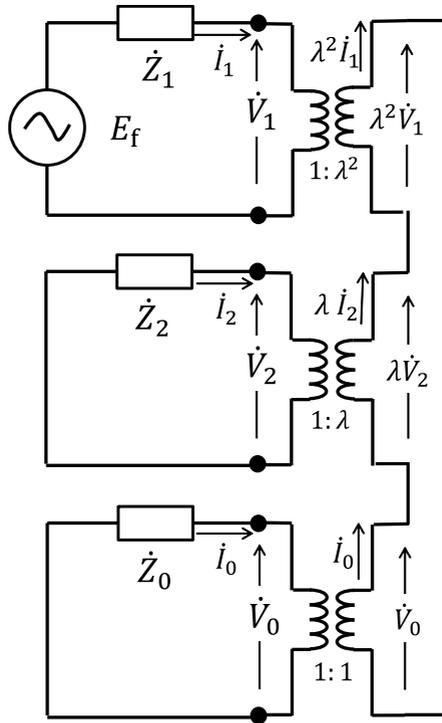
(AN.23) 式と (AN.24) 式から

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 + (\lambda + 1) \dot{I}_2 &= 0 \\ \therefore \dot{I}_1 &= \lambda^2 \dot{I}_2 \end{aligned}$$

これを (AN.23) 式に代入すると

$$\begin{aligned} \dot{I}_0 &= \lambda \dot{I}_2 \quad (\text{AN.25}) \\ \therefore \dot{I}_0 &= \lambda^2 \dot{I}_1 = \lambda \dot{I}_2 \end{aligned}$$

(AN.22) 式と (AN.25) 式から, $1:\lambda$ (位相を 120 度進める), $1:\lambda^2$ (位相を 120 度遅らせる) の移相変圧器を用いて下図のような接続になる.



[問題 3]

送電線 20km の対地アドミタンス $j\omega C$ は

$$j\omega C = j \times 2 \times 3.14 \times 50 \times 0.005 \times 10^{-6} \times 20 = j31.416 \times 10^{-6} [\text{S}]$$

より、零相インピーダンス \dot{Z}_0 は

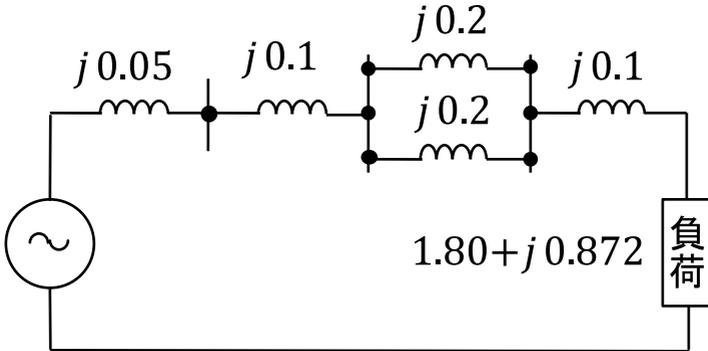
$$\begin{aligned} \dot{Z}_0 &= \frac{1}{\frac{1}{3R_e} + j\omega C + \frac{1}{3R_e}} = \frac{1}{\frac{1}{2000} + j31.416 \times 10^{-6} + \frac{1}{2000}} \\ &\cong 999 - j31.4 \quad [\Omega] \end{aligned}$$

その他のインピーダンスは無視するため、正相インピーダンス \dot{Z}_1 、逆相インピーダンス \dot{Z}_2 は零となる。よって、一線地絡電流 \dot{I}_{af} の大きさは

$$|\dot{i}_{af}| = \left| \frac{3 \times \frac{66000}{\sqrt{3}}}{3 \times 10 + 999 - j31.4} \right| \cong 111[\text{A}]$$

[問題 4]

(1) 負荷の有効電力は $0.5 \times 0.9 = 0.45$ p.u., 遅れ無効電力は $0.5 \times \sqrt{1.0^2 - 0.9^2} \cong 0.218$ p.u. 負荷端電圧の位相を基準とすると, 負荷電流は, $0.45 - j0.218$ p.u.. したがって, 負荷インピーダンスは $\frac{1}{0.45 - j0.218} \cong 1.80 + j0.872$ p.u. . 事故前の平衡状態の送電系統単相等価回路は次のようになる.



負荷端の電圧が $1.0 + j0$ p.u. なので発電機背後電圧 \dot{V}_g は

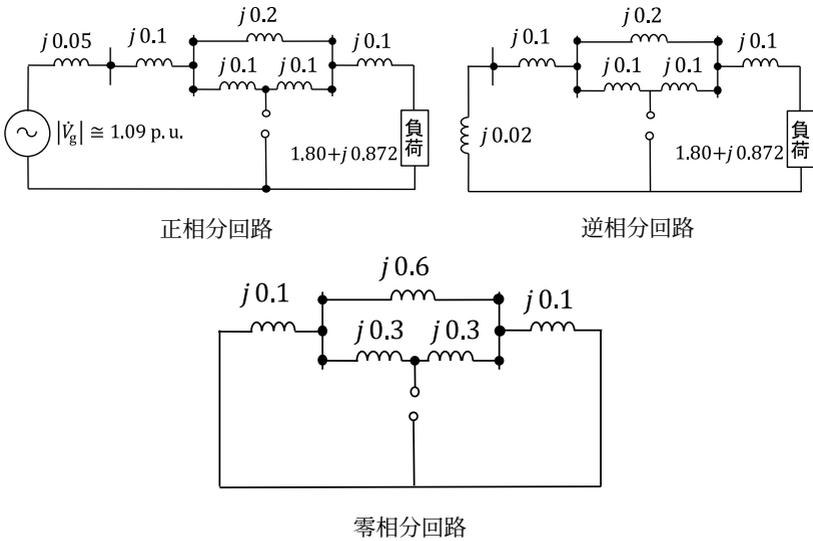
$$\dot{V}_g = 1.0 + j0.35 \times (0.45 - j0.218) \cong 1.076 + j0.158$$

よって $|\dot{V}_g| \cong 1.09$ p.u. . 送電線の間接点の電圧 \dot{V}_{f0} は

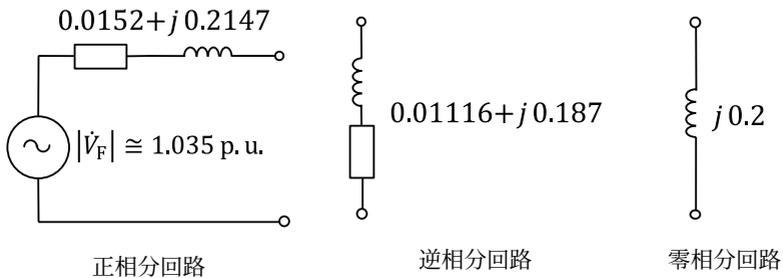
$$\dot{V}_{f0} = 1.0 + j0.15 \times (0.45 - j0.218) \cong 1.033 + j0.0675$$

よって $|\dot{V}_{f0}| \cong 1.035$ p.u..

(2)



(3) Δ -Y 変換を使って事故点から見た鳳-テブナン等価回路を求めると次のようになる。



(4) a 相一線地絡電流 \dot{I}_{af} は、問 (3) の正相、逆相、零相分回路を直列につないだ回路の電流の 3 倍なので、

$$\begin{aligned} \dot{I}_{af} &= \frac{3 \times 1.035}{(0.0152 + j0.2147) + (0.01116 + j0.1876) + j0.2} \\ &\cong 0.2255 - j5.145 \end{aligned}$$

よって、 $|\dot{I}_{af}| \cong 5.150 \text{ p.u.}$

基準電流は、 $\frac{1000\text{MV}\cdot\text{A}}{\sqrt{3}\times 500\text{kV}} \cong 1.154 \text{ [kA]}$ なので

$$|\dot{I}_{af}| = 5.150 \times 1.154 \cong 5.95 \text{ [kA]}$$

[問題 5]

(1) 事故点電流

非接地系統：中性点に電流が流れないため、事故電流は健全相と大地間の浮遊容量を介して流れる小さな電流となる。

抵抗接地系統：事故点までの線路、中性点接地抵抗、事故点抵抗による閉回路が構成されるため、大きな電流が流れる。

(2) 事故時の健全相電圧

非接地系統：事故電流が小さいため、線間電圧は事故の影響を受けない。このため、事故相が大地電圧となり中性点電圧が事故相の分上昇し、健全相の相電圧は線間電圧がそのまま反映されることになる。すなわち、事故後の健全相の相電圧は電源電圧が対称三相の場合は事故前の $\sqrt{3}$ 倍となるが、さらに大きな電圧が発生する場合もある。

抵抗接地系統：中性点の電圧上昇は事故電流と中性点接地抵抗の積となるため、健全相の相電圧上昇は、接地抵抗値を小さくすることで抑えられる。

(3) 事故検出

非接地系統：事故電流が小さく、通常の運用電流以下であるため、過電流リレーや方向距離リレーによる事故検出は不可能であり、地絡過電圧リレー、地絡方向リレーにより検出される。

抵抗接地系統：電流リレーや方向距離リレーを含む各種のリレーが機能する。

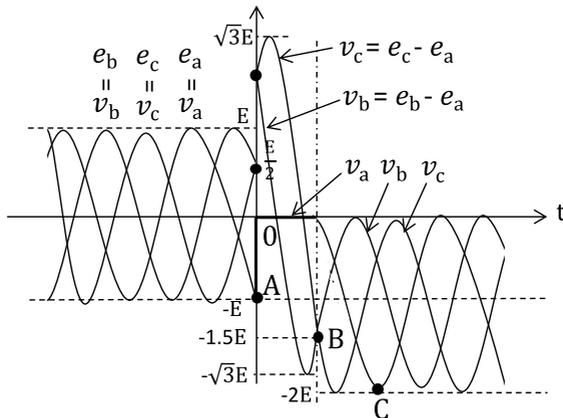
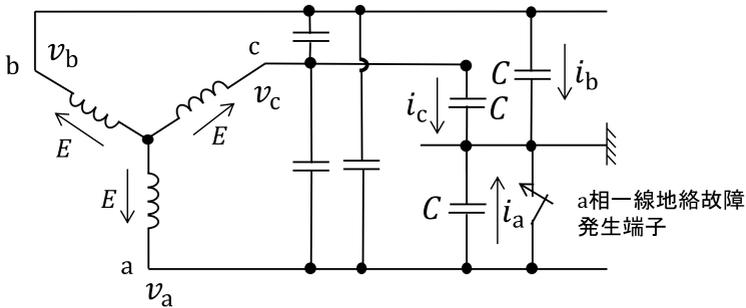
(4) 誘導障害

非接地系統：大地帰路電流が小さいため、他の通信線などへの誘導障害はほとんど起こらない。

抵抗接地系統：大きな事故電流が大地帰路電流として流れるため、誘導障害が発生する可能性がある。

[問題 6]

下図に示すように、充電容量が大きい長距離送電線やケーブル系統において a 相で 1 線地絡故障が発生した場合、点 B で地絡電流 i_a が零になるので地絡アークが切れて a 相が復帰するが、その直前には b, c 相の対地キャパシタンスにはそれぞれ $-1.5CE$ の電荷が充電されており、それが a 相復帰により a, b, c 相に均等に $-CE$ ずつ分配される。したがって中性点電位は零から $-E$ に変化するので、点 C で a 相電圧は $-2E$ になり、もし a 相地絡地点にイオンが残っていればアークが再びつながり地絡する可能性がある。これを間欠アーク地絡 (弧光地絡) という。



10 章

[問題 1]

リレー設置点から事故点までの対称分インピーダンスを \dot{Z}'_1 , $\dot{Z}'_2 (= \dot{Z}'_1)$, \dot{Z}'_0 、事故点での対称分電圧を \dot{V}_{1F} , \dot{V}_{2F} , \dot{V}_{0F} とすると、リレー設置点の a 相電圧 \dot{V}_a は

$$\begin{aligned}\dot{V}_a &= \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_0 = \dot{V}_{1F} + \dot{I}_1 \dot{Z}'_1 + \dot{V}_{2F} + \dot{I}_2 \dot{Z}'_2 + \dot{V}_{0F} + \dot{I}_0 \dot{Z}'_0 \\ &= (\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0) \dot{Z}'_1 + \dot{I}_0 (\dot{Z}'_0 - \dot{Z}'_1) + \dot{V}_{1F} + \dot{V}_{2F} + \dot{V}_{0F} \\ &= \left\{ \dot{I}_a + \dot{I}_0 \left(\frac{\dot{Z}'_0}{\dot{Z}'_1} - 1 \right) \right\} \dot{Z}'_1 + \dot{V}_{aF} = \{ \dot{I}_a + \dot{I}_0 (K_a - 1) \} \dot{Z}'_1\end{aligned}$$

ただし、 $K_a = \frac{\dot{Z}'_0}{\dot{Z}'_1} = \frac{\dot{Z}_0}{\dot{Z}_1}$, $\dot{V}_{aF} = 0$.

$$\therefore \dot{Z}_a = \dot{Z}'_1 = \frac{\dot{V}_a}{\dot{I}_a + (K_a - 1) \dot{I}_0}$$

[問題 2]

(10.3) 式より

$$\dot{Z} = \frac{(\dot{Z}_L + \dot{Z}_B) \dot{E}_A + \dot{Z}_A \dot{E}_B}{\dot{E}_A - \dot{E}_B}$$

$\dot{E}_A = |\dot{E}_A| e^{j0}$, $\dot{E}_B = |\dot{E}_A| e^{-j\delta}$ とおくと

$$\begin{aligned}\dot{Z} &= \frac{(\dot{Z}_L + \dot{Z}_B) \dot{E}_A + \dot{Z}_A \dot{E}_B}{\dot{E}_A - \dot{E}_B} = \frac{\dot{Z}_A e^{-j\delta} + \dot{Z}_L + \dot{Z}_B}{1 - e^{-j\delta}} \\ &= \frac{\dot{Z}_A + \dot{Z}_L + \dot{Z}_B}{1 - e^{-j\delta}} - \dot{Z}_A\end{aligned}$$

また、 $1 - e^{-j\delta} = 2 \sin \frac{\delta}{2} e^{j(\frac{\pi}{2} - \frac{\delta}{2})}$ より

$$\dot{Z} = \frac{\dot{Z}_A + \dot{Z}_L + \dot{Z}_B}{2 \sin \frac{\delta}{2}} e^{-j(\frac{\pi}{2} - \frac{\delta}{2})} - \dot{Z}_A$$

[問題 3]

RyA に入力される電圧 \dot{V}_1 は

$$\dot{V}_1 = \dot{Z}_1 \dot{I}_1 + 0.4 \times \dot{Z}_2 (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) + \dot{Z}_F (\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3)$$

したがって、RyA の測距インピーダンスは

$$\begin{aligned}\frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1} &= \dot{Z}_1 + 0.4 \times \dot{Z}_2 \left(1 + \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}\right) + \dot{Z}_F \left(1 + \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} + \frac{\dot{I}_3}{\dot{I}_1}\right) \\ \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} &= \frac{21 - j3.6}{30} = 0.7 - j0.12 \\ \frac{\dot{I}_3}{\dot{I}_1} &= \frac{15 - j3.9}{30} = 0.5 - j0.13 \\ \therefore \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1} &= 0.7772 + j2.780\Omega\end{aligned}$$

$$\left| \frac{\frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1}}{\dot{Z}_1} \right| = \frac{|0.7772 + j2.780|}{|0.35 + j2.0|} \cong \frac{2.887}{2.030} \cong 1.42$$

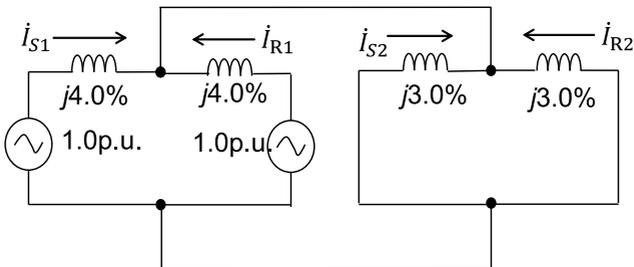
したがって、RyA の整定値は 143% 以上あれば動作する。

[問題 4]

基準容量 10 MV・A、基準電圧 77 kV の場合、基準電流 I_{base} 、基準インピーダンス Z_{base} は

$$\begin{aligned}I_{\text{base}} &= \frac{10000\text{kV} \cdot \text{A}}{\sqrt{3} \times 77\text{kV}} \cong 74.98 \text{ A} \\ Z_{\text{base}} &= \frac{77000\text{V}}{74.98\text{A}} \cong 592.9 \Omega\end{aligned}$$

対称座標法による bc 相二線短絡故障計算より、送電線の間接点での事故点で正相分回路と逆相分回路を接続すると下図のようになる。



$$\dot{I}_{S1} = \dot{I}_{R1} = -\dot{I}_{S2} = -\dot{I}_{R2} \text{ より}$$

$$1.0 = \frac{1}{100} (j4 + j3) \dot{I}_{S1}$$

$$\dot{I}_{S1} = \dot{I}_{R1} = -\dot{I}_{S2} = -\dot{I}_{R2} \cong -j14.29 \text{ p.u.}$$

したがって、送電線の a, b, c 相電流は

$$\dot{I}_a = \dot{I}_{S1} + \dot{I}_{S2} + \dot{I}_0 = 0$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_b &= \lambda^2 \dot{I}_{S1} + \lambda \dot{I}_{S2} + \dot{I}_0 = j14.28 \times (-\lambda^2 + \lambda) = j14.29 \times j\sqrt{3} \\ &\cong -24.755 \text{ p.u.} \cong -1.86 \text{ kA} \end{aligned}$$

$$\dot{I}_c = \lambda \dot{I}_{S1} + \lambda^2 \dot{I}_{S2} + \dot{I}_0 = j14.28 \times (-\lambda + \lambda^2) \cong 24.755 \text{ p.u.} \cong 1.86 \text{ kA}$$

リレー端の電圧は、

$$\dot{V}_a = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_0 = 1.0 - \frac{j^3}{100} \dot{I}_{S1} - \frac{j^2}{100} \dot{I}_{S2} \cong 0.8570 \text{ p.u.} \cong 38.1 \text{ kV}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_b &= \lambda^2 \dot{V}_1 + \lambda \dot{V}_2 + \dot{V}_0 = \lambda^2 \left(1.0 - \frac{j^3}{100} \dot{I}_{S1} \right) + \lambda \left(0 - \frac{j^2}{100} \dot{I}_{S2} \right) \\ &= -0.4285 - j0.2474 \text{ p.u.} = -19.1 - j11.0 \text{ kV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_c &= \lambda \dot{V}_1 + \lambda^2 \dot{V}_2 + \dot{V}_0 = \lambda \left(1.0 - \frac{j^3}{100} \dot{I}_{S1} \right) + \lambda^2 \left(0 - \frac{j^2}{100} \dot{I}_{S2} \right) \\ &= -0.4285 + j0.2474 \text{ p.u.} = -19.1 + j11.0 \text{ kV} \end{aligned}$$

ここで、各相電圧は中性点から見た電圧なので、 $1.0 \text{ p.u.} = \frac{77}{\sqrt{3}} \text{ kV}$ としている。

b 相の距離リレーが見るインピーダンスは

$$\dot{Z}_b = \frac{\dot{V}_b - \dot{V}_c}{\dot{I}_b - \dot{I}_c} = \frac{-j22.0 \text{ kV}}{-3.71 \text{ kA}} \cong j5.93 \Omega$$

リレーの動作範囲は、円の式から

$$(R - 12)^2 + (X - 12\sqrt{3})^2 \leq 24^2 = 576$$

したがって、リレーの見るインピーダンス $R = 0$, $X = 5.93$ を代入すると

$$(0 - 12)^2 + (5.93 - 12\sqrt{3})^2 \cong 365 \leq 24^2$$

となるので、動作範囲に入っている。

11 章

[問題 1]

(11.1) 式を用いることにより, $43 \times \sqrt{\frac{50}{25}} \times \frac{30}{32.5} = 56$ [回/(年・100km)] を得る. また, 100kA を越える雷撃の割合は, 図 11.2 の電力中央研究所のデータより約 4% と読み取れるので, 雷撃回数としては約 2 [回/(年・100km)] となる.

[問題 2]

(1) $i = 75t$ (t :電流 [kA], t :時間 [μ s]) と示せる.

(2) 架空地線は両側にあるので, 合成のサージインピーダンスは $Z_G/2=250$ [Ω] となる. 従って, 鉄塔に分流される電流 i_T は次式で与えられる.

$$i_T = i \times \frac{\frac{1}{100}}{\frac{1}{100} + \frac{1}{250}} = 75t \times \frac{250}{350} = 53.57t$$

(3) 50m を光速で往復する伝搬時間は $50 \times \frac{2}{300} = 0.3333[\mu$ s] である. また, 鉄塔頂部の電位 V_T は, $V_T = Z_T i_T$ で求まることから, $V_T = Z_T i_T = 100 \times 53.57 \times 0.3333 = 1785[\text{kV}]$ となり, 最大で 1785 kV まで上昇する.

[問題 3]

(1) 避雷器のコスト C_1 は, 非負で, 規格化した制限電圧 $X (= \frac{U_L}{U_0})$ が増加するにつれて動作責務が軽減され製作しやすいことから, X に対して単調に減少することが予想される. それに合致するのは, ④の関数形である.

(2) 機器のコスト C_2 は, 非負で, X が増加するにつれて絶縁性能を高める必要があることから, X に対して単調に増加することが予想される. それに合致するのは, ①の関数形である.

(3) $S = C_1 + C_2$ として, S が最小となる条件を $\frac{dS}{dX} = 0$ から求めることになる.

$$S = \frac{8}{X-1} + 0.5(X-1)^2 + 20$$

$$\frac{dS}{dX} = \frac{-8}{(X-1)^2} + X-1 = 0$$

$$(X - 1)^3 = 8$$

最後の式を解くことにより，次式を得る．

$$X_m = 3$$

なお， $X < X_m$ で $\frac{dS}{dX}$ は負， $X > X_m$ で $\frac{dS}{dX}$ は正となることから X_m で S は最小となる． $X \left(= \frac{U}{U_0} \right)$ の定義に従って，最終的に制限電圧の最適値 U_{Lm} を求めると以下の通りとなる．

$$U_{Lm} = 3U_0$$

(4) 規格化した定格電圧 $Y (= \frac{U_R}{U_0})$ は X_m との間で $1 < Y < X_m$ の関係が成り立ち，この条件下において避雷器のコスト C_3 は，非負で， Y が増加するにつれてより高い電圧での動作を保証する必要があることから， Y に対して単調に増加することが予想される．それに合致するのは，⑤の関数形である．

(5) $1 < Y < X_m$ の条件下において Y が減少し 1 に近づくにつれて避雷器の動作回数が急激に増加しその対策費も増加することから，そのための避雷器のコスト C_4 は，非負で， Y の減少に対して単調に増加することが予想される．それに合致するのは，⑦の関数形である．

(6) $T = C_3 + C_4$ として，(3) と同様に T が最小となる条件を $\frac{dT}{dY} = 0$ から求める．ここで，(3) で得られた $X_m = 3$ を用いる．

$$T = \frac{8Y}{3 - Y} + \frac{4Y}{3(Y - 1)}$$

$$\frac{dT}{dY} = \frac{24}{(3 - Y)^2} - \frac{4}{3(Y - 1)^2} = 0$$

$$(3 - Y)^2 = 18(Y - 1)^2$$

最後の式を解くことにより，次式を得る．

$$Y_m = \frac{15 + 6\sqrt{2}}{17} = 1.38$$

なお， $Y < Y_m$ で $\frac{dT}{dY}$ は負， $Y > Y_m$ で $\frac{dT}{dY}$ は正となることから Y_m で T は最小となる． $Y (= \frac{U_R}{U_0})$ の定義に従って，最終的に定格電圧の最適値 U_{Rm} を求め

ると以下の通りとなる.

$$U_{\text{Rm}} = 1.38U_0$$

12 章

[問題 1]

導体では単位長当たり w の熱量が発生し、熱抵抗 R_{th} の絶縁体中を周囲方向へ流れるため、 T の温度差が発生する。 $T = w \cdot R_{\text{th}}$ の関係があることから、温度差を計算して発生熱量 w で割ることにより熱抵抗 R_{th} を求めることができる。絶縁体中における導体中心からの距離、半径 r の点と $r + dr$ の点との温度差 dT は、この点の熱流の密度が $\frac{w}{2\pi r}$ で、また熱抵抗が ρdr で定義できることから、次式で与えられる。

$$dT = \frac{w\rho dr}{2\pi r}$$

従って温度差は次式で求めることができる。

$$T = \int_{r_0}^{r_0+d} \frac{w\rho dr}{2\pi r} = \frac{w\rho}{2\pi} \log \frac{r_0+d}{r_0}$$

最終的に熱抵抗は次式で示される。

$$R_{\text{th}} = \frac{\rho}{2\pi} \log \frac{r_0+d}{r_0}$$

なお、固有熱抵抗 ρ の値は、CV ケーブルで 450 [$^{\circ}\text{C}\cdot\text{cm}/\text{W}$] 程度、OF ケーブルで 550 [$^{\circ}\text{C}\cdot\text{cm}/\text{W}$] 程度である。

[問題 2]

(1) 抵抗損 W_J と誘電体損 W_D との和は、放熱容量 W_r と平衡していることから、

$$W_J + W_D = W_r$$

が成立し、それぞれに問題文で与えられた関係式を代入し、各項で共通する l で除することにより次式を得る。

$$RI^2 + \omega CE^2 \tan \delta = \frac{T_c - T_g}{R_{\text{th}}}$$

許容電流 I について解くと次式が得られる。

$$I = \sqrt{\frac{1}{R} (A - BE^2)}$$

ここで、 $A = \frac{T_c - T_g}{R_{th}}$ 、 $B = \omega C \tan \delta$.

(2) 送電容量 P は $P = EI$ で表されるので、(1) で求めた I を代入し次式が得られる.

$$P = \sqrt{\frac{E^2}{R} (A - BE^2)} \quad (\text{AN.26})$$

となる. 次に $X = E^2$ 、 $Y = P^2$ とおくと、

$$Y = \frac{X}{R} (A - BX)$$

となり、また、 $\frac{dY}{dX} = 0$ の条件から次式を得る.

$$\frac{dY}{dX} = \frac{A - BX}{R} + \frac{X \cdot (-B)}{R} = 0$$

これを X について解き、そのときの Y の極値 (最大値) を求めると以下の通りとなる.

$$X = \frac{A}{2B}, \quad Y = \frac{A^2}{4BR}$$

以上の結果から (AN.26) 式で示される P は E に対して、 $E = 0$ および $E = \sqrt{\frac{A}{B}}$ で $P = 0$ となり、また、 $E = \sqrt{\frac{A}{2B}}$ で $P = \frac{A}{2\sqrt{BR}}$ の最大値をとることがわかる. これを利用して図示すると下図となる.

つまり、送電容量を増大させるために電圧を上昇させることは効果的である範囲もあるものの、ある電圧で送電容量が最大となり、それを越えると逆に送電容量が減少するようになる. よって適切な電圧の選定が必要となる.

