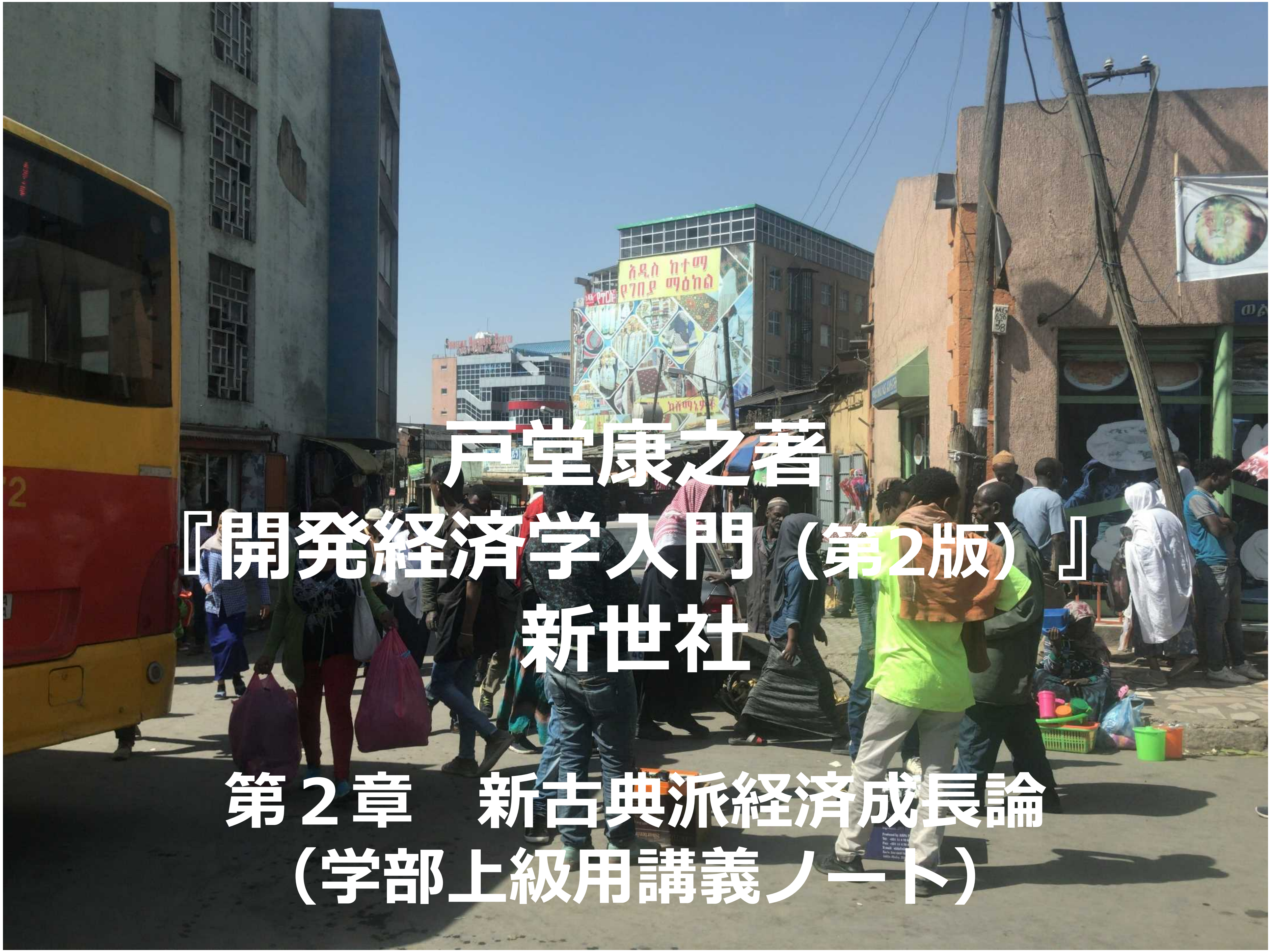


戸堂康之著

# 『開発経済学入門（第2版）』

新世社

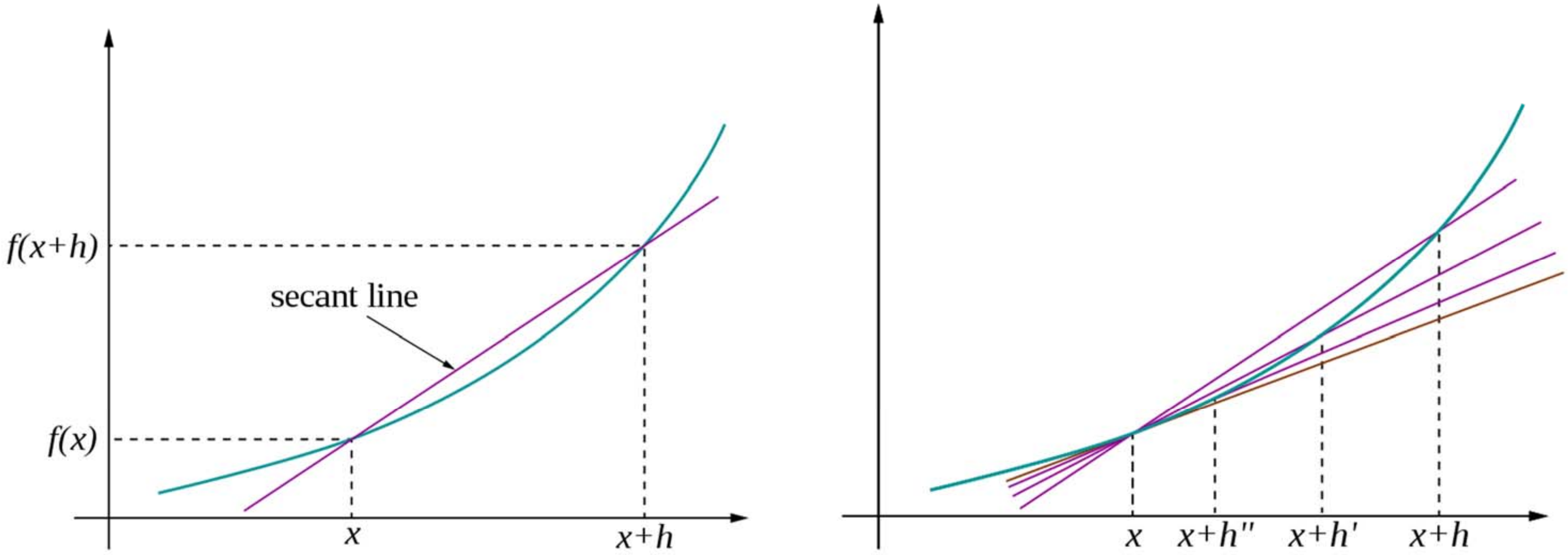
## 第２章　新古典派経済成長論
## （学部上級用講義ノート）

# 2.0　最低限の数学：微分と対数

微分係数： $f'(x_0) \equiv \dfrac{df(x_0)}{dx} = \lim_{h \to 0} \dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$

●ある瞬間における$x$1単位当たりの$f(x)$の変化分を表す

●図では$x_0$における$f(x)$の傾き



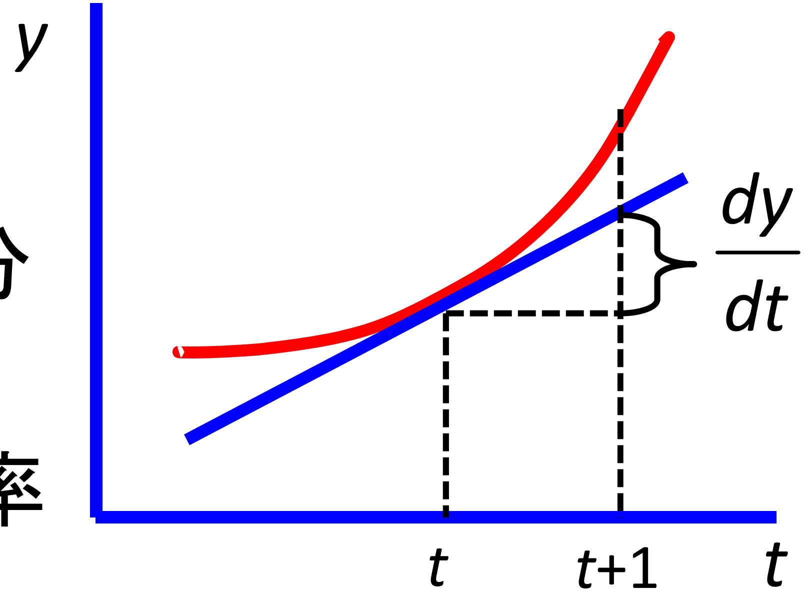

Source: “Derivative” in Wikipedia, retrieved from http://en.wikipedia.org/wiki/Derivative

# 経済成長論での応用

$y=f(t)=t$年におけるGDPとする

$f(t+1)-f(t)$: 1年間での$y$の変化分

$\dfrac{f(t+1)-f(t)}{f(t)}$: $y$の変化率（成長率）




$\dot{y}\equiv\dfrac{dy}{dt}$: 瞬間的な$y$の変化分

$\Rightarrow\dfrac{\dot{y}}{y}$: （瞬間的な）$y$の成長率

# 自然対数

定義： $\ln x \equiv \log_e x = y \Leftrightarrow e^y = x$

便利な公式（覚えよう）：

$$\ln xy = \ln x + \ln y, \quad \ln\frac{x}{y} = \ln x - \ln y, \quad \ln x^a = a \ln x$$

自然対数と「成長率」との関係

$$\frac{d\ln y(t)}{dt} = \frac{d\ln y}{dy}\frac{dy}{dt} = \frac{1}{y}\frac{dy}{dt} = \frac{\dot{y}}{y} = y\text{の成長率}$$

# 自然対数の成長率への応用例

$Y$：GDP, $y$：1人当たりGDP, $L$：人口

$\Rightarrow Y = yL$（常に成り立つ）

$\Rightarrow \ln Y = \ln(yL) = \ln y + \ln L$（両辺の自然対数をとる）

$$\Rightarrow \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{y}}{y} + \frac{\dot{L}}{L}$$（$t$について微分）

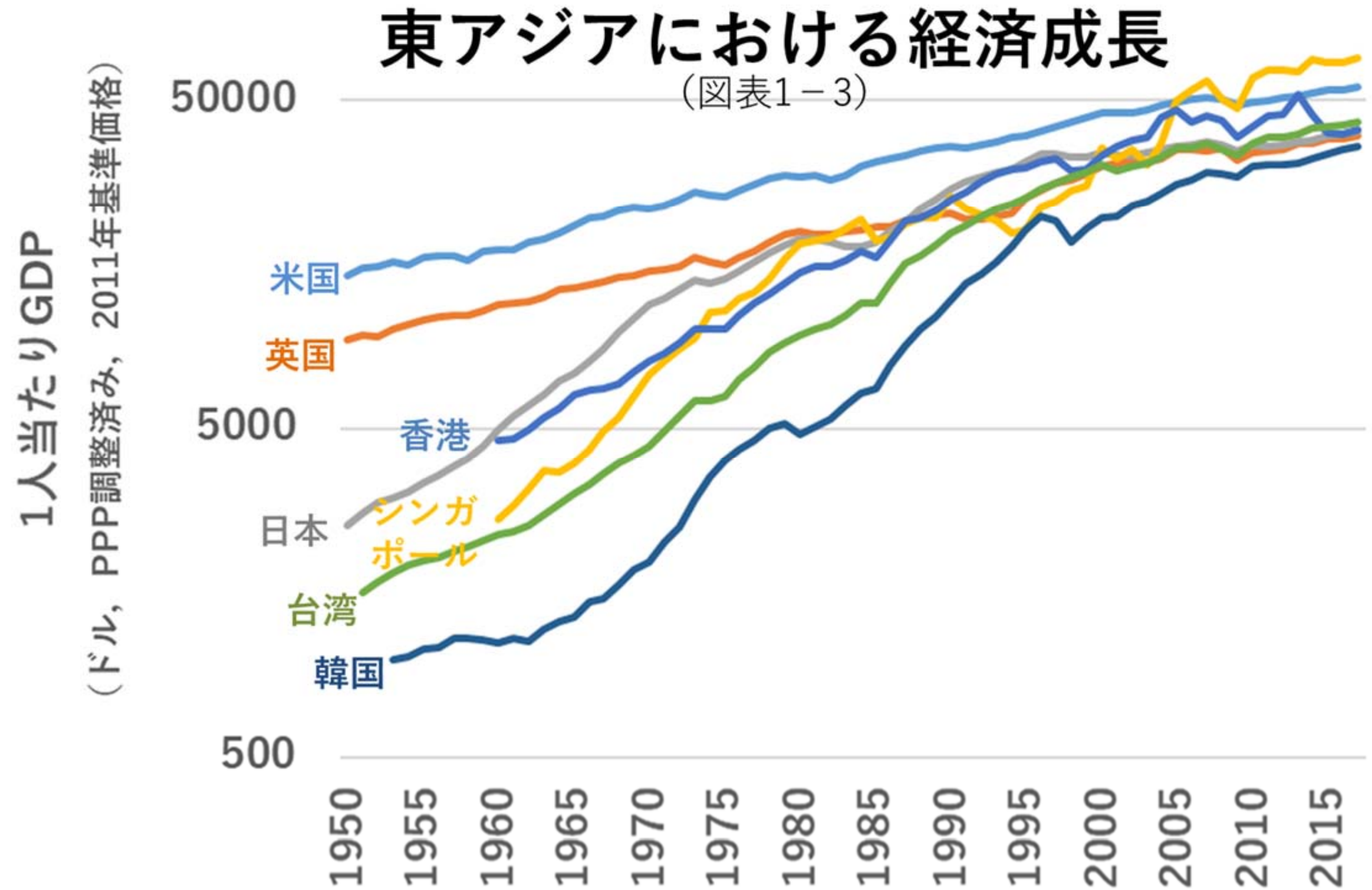
$Y = K^{\alpha} L^{\beta}$（コブダグラス型生産関数）

$\Rightarrow \ln Y = \alpha \ln K + \beta \ln L$（対数とる）

$$\Rightarrow \frac{\dot{Y}}{Y} = \alpha \frac{\dot{K}}{K} + \beta \frac{\dot{L}}{L}$$（微分）

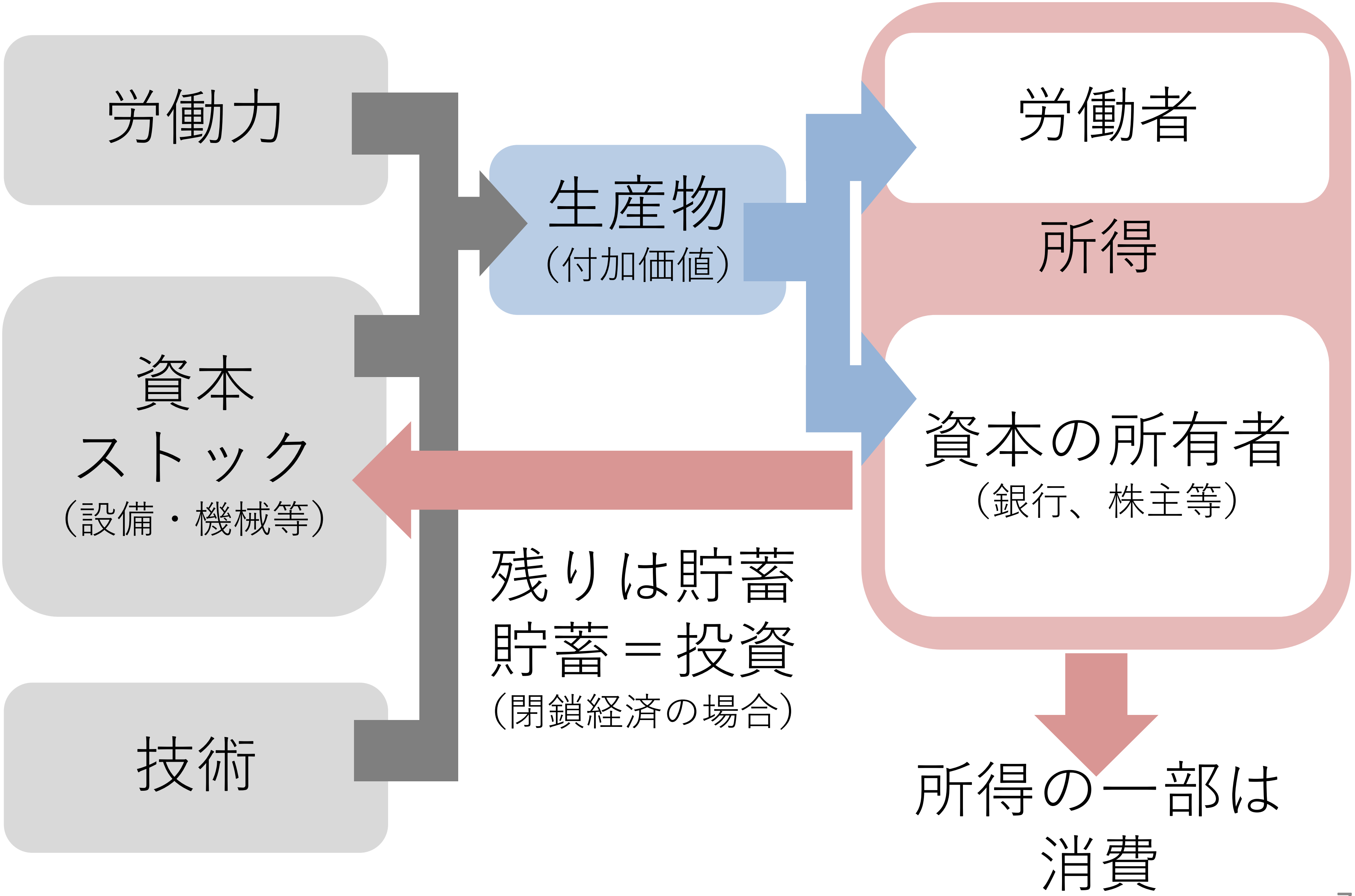
# 対数目盛を利用したグラフ

$$\text{傾き} = \frac{\ln y(t_1) - \ln y(t_2)}{t_1 - t_2} \approx \frac{d \ln y}{dt} = \frac{\dot{y}}{y} = y\text{の成長率}$$




出所：Penn World Table 9.1

# 2.1　生産と消費の仕組み （図表2-1）



# 経済成長（1人当たり実質GDPの成長）の２つの源泉

## 1. 資本蓄積

– １人当たりの資本ストック（パソコン、機械、建物、インフラ［道路、インターネット網］など）↑

➔ １人当たり生産量↑

## 2. 技術進歩

– ただし、技術進歩は広く定義されるべき

- 工学的新技術・新商品開発
- 生産現場での「カイゼン」
- 経営・労務・財務・営業における改革

– 「イノベーション」というより「創意工夫」

# 2.2　ソロー・モデル

Solow (1956), Quarterly Journal of Economics 70 (1):65-94.

## 仮定

### ① 閉鎖経済

- 海外からの資金や財の流出入はない

### ② 一定の貯蓄率

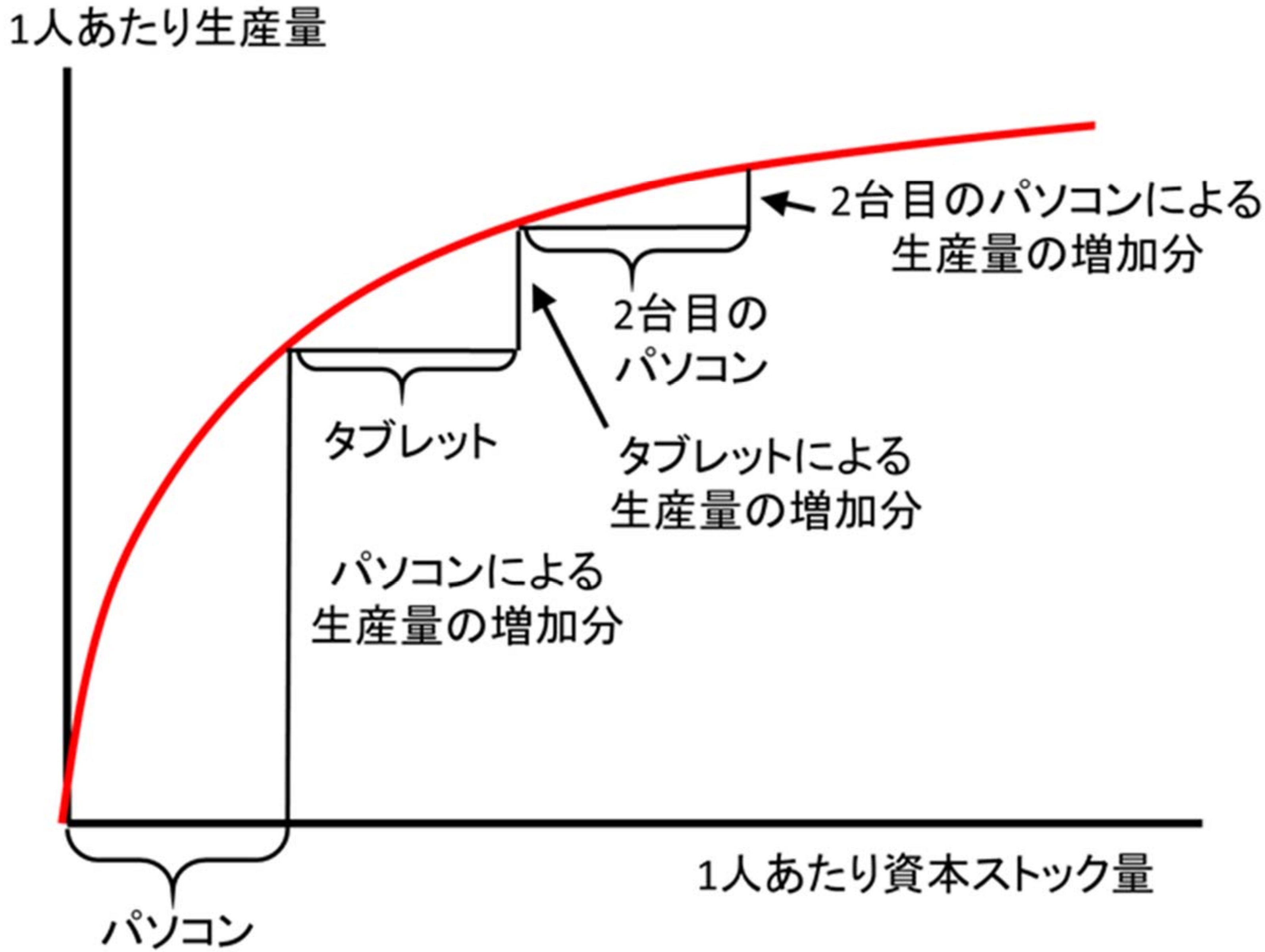
- 所得のうち一定の割合を貯蓄
  ➔金融機関を経て、最終的には生産活動に投資

### ③ 一定の人口成長率（人口＝労働者数）

### ④ 技術レベルは変化しない

- 技術レベルが進歩する場合は2.3節で考察

# 生産関数（図表2-2）


1人あたり生産量
2台目のパソコンによる
生産量の増加分
2台目の
パソコン
タブレット
タブレットによる
生産量の増加分
パソコンによる
生産量の増加分
パソコン
1人あたり資本ストック量

# ソローモデルの解法（概念）

1. **投資**による１人当たり資本ストックの**増加分**
   ＝１人当たり貯蓄
   ＝比例定数（例えば0.3）×一人当たり生産量
2. **資本減耗**（経年変化による資本ストックの価値の減少）による
   １人当たり資本ストックの**減少分**
   ＝比例定数（例えば0.05）×現在の資本ストック
3. **人口増**による１人当たり資本ストックの**減少分**
   ≒人口成長率×現在の資本ストック

- **差し引きの資本ストックの増加分**（純増加）
  ＝１－２－３

# 技術進歩のないソローモデル（数式）

$$Y(t) = K(t)^{\alpha} L(t)^{1-\alpha}$$

$Y(t)$: $t$年における生産量

$K(t)$: 資本ストック量　　　$L(t)$: 労働力量（労働者数）

$$\dot{K}(t) = I(t) - \delta K(t) \quad \dot{K}(t) = dK/dt$$: 資本ストックの増加分

$\delta$: 資本減耗率・減価償却率

（この割合で、資本ストックの価値が毎年減少）

$I(t)$: 投資量

$$I(t) = sY(t)$$

$s$: 一定の貯蓄率

$\frac{\dot{L}}{L} = n$: 一定の人口成長率

# 技術進歩のないソローモデル
## （数式を使った解法）

$$y \equiv \frac{Y}{L} = \frac{K^{\alpha}L^{1-\alpha}}{L} = \frac{K^{\alpha}}{L^{\alpha}} = \left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha} = k^{\alpha} \quad \left(k \equiv \frac{K}{L}\right)$$

$y$: 1人当たり生産量

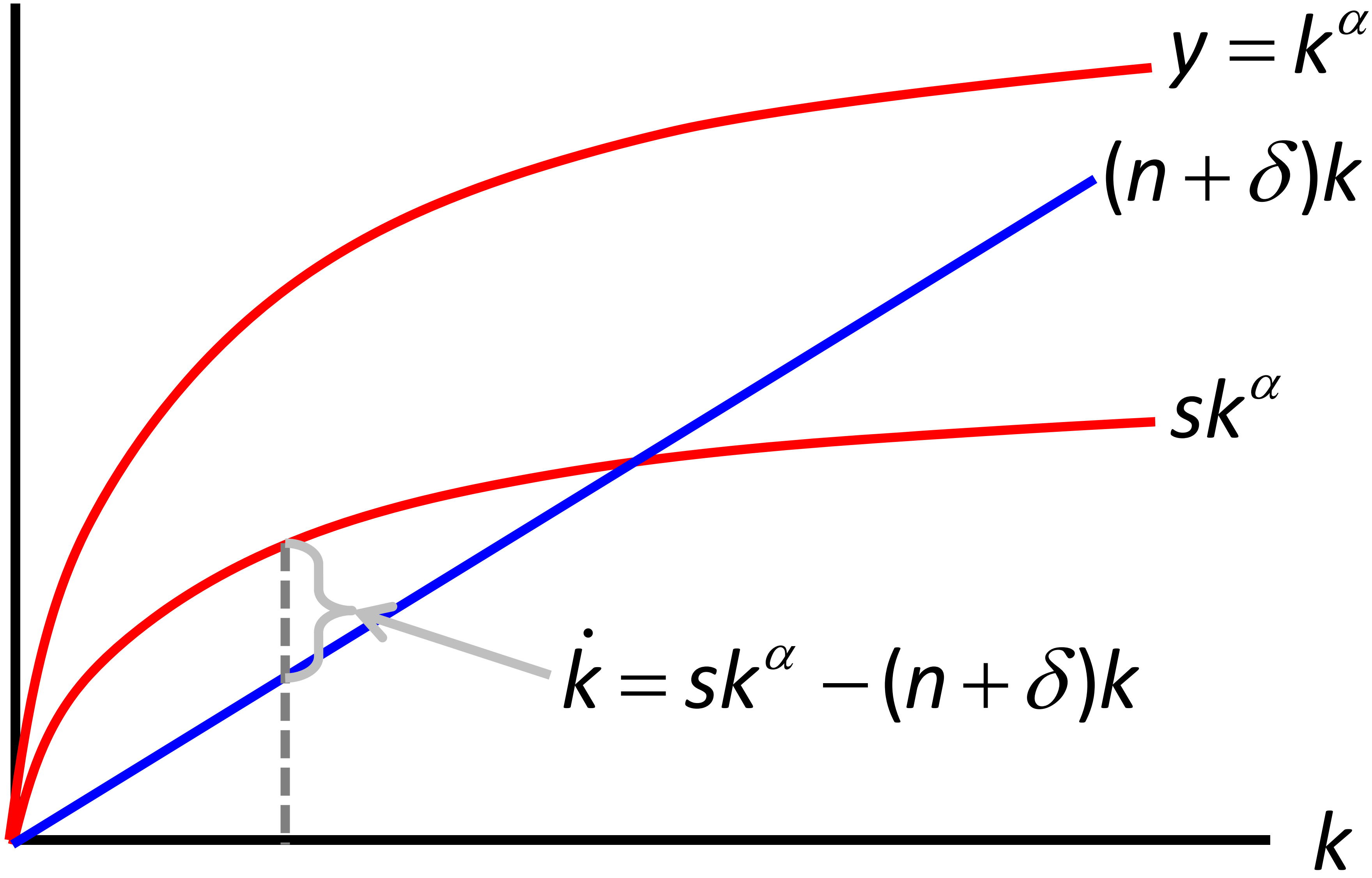
$k$: 1人当たり資本ストック量

$$k = \frac{K}{L} \Rightarrow \frac{\dot{k}}{k} = \underbrace{\frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L}}_{\text{スライド4〜5を参照}} = \frac{I - \delta K}{K} - n = s\frac{Y}{K} - \delta - n$$

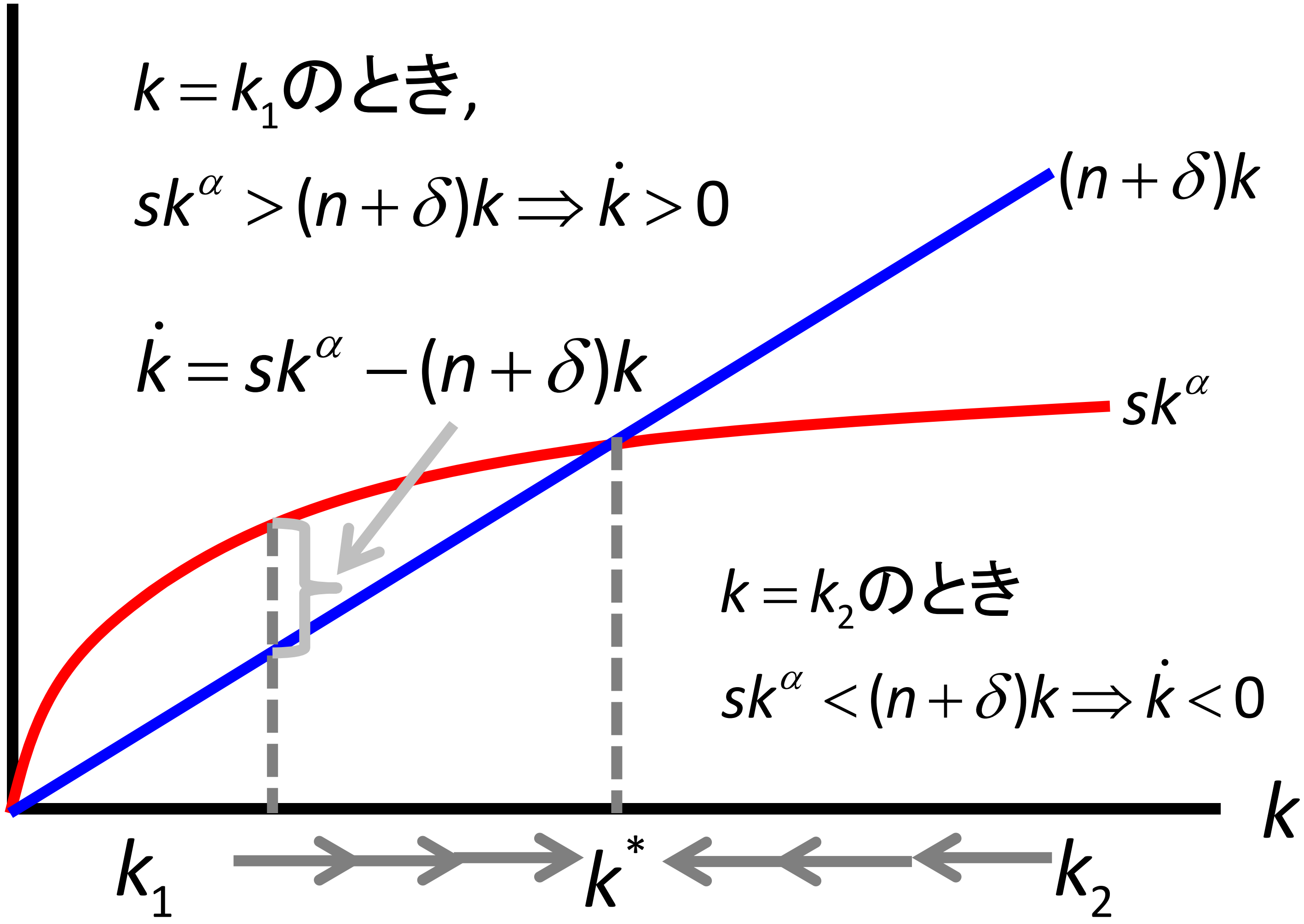
以下の微分方程式が導出できる

$$\dot{k} = sy - (n+\delta)k = sk^{\alpha} - (n+\delta)k$$

# ソローモデルの図解

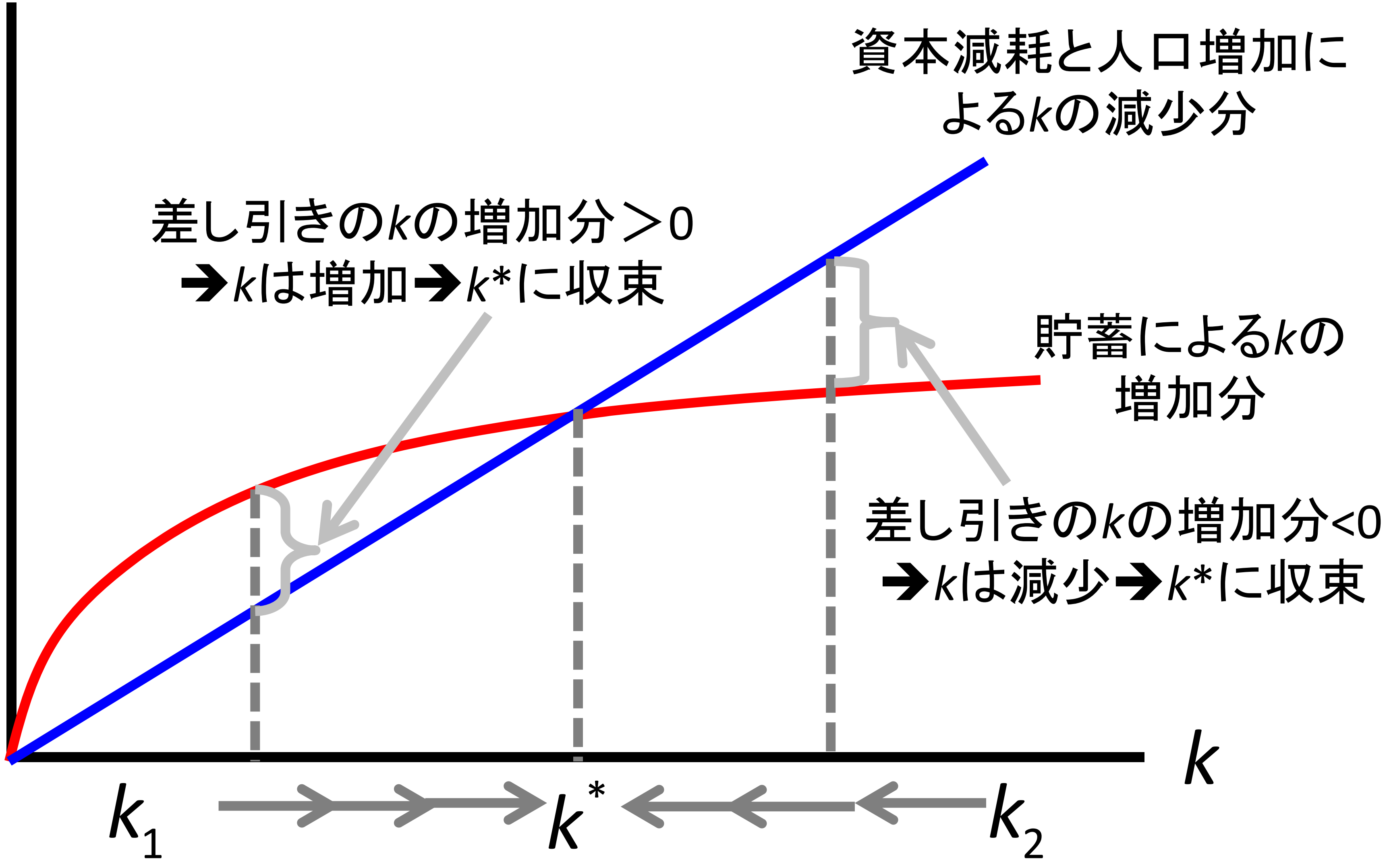


# ソローモデルの解法の図解




どのような $k$ から出発しても、
長期的には$k^*$（定常状態）に収束

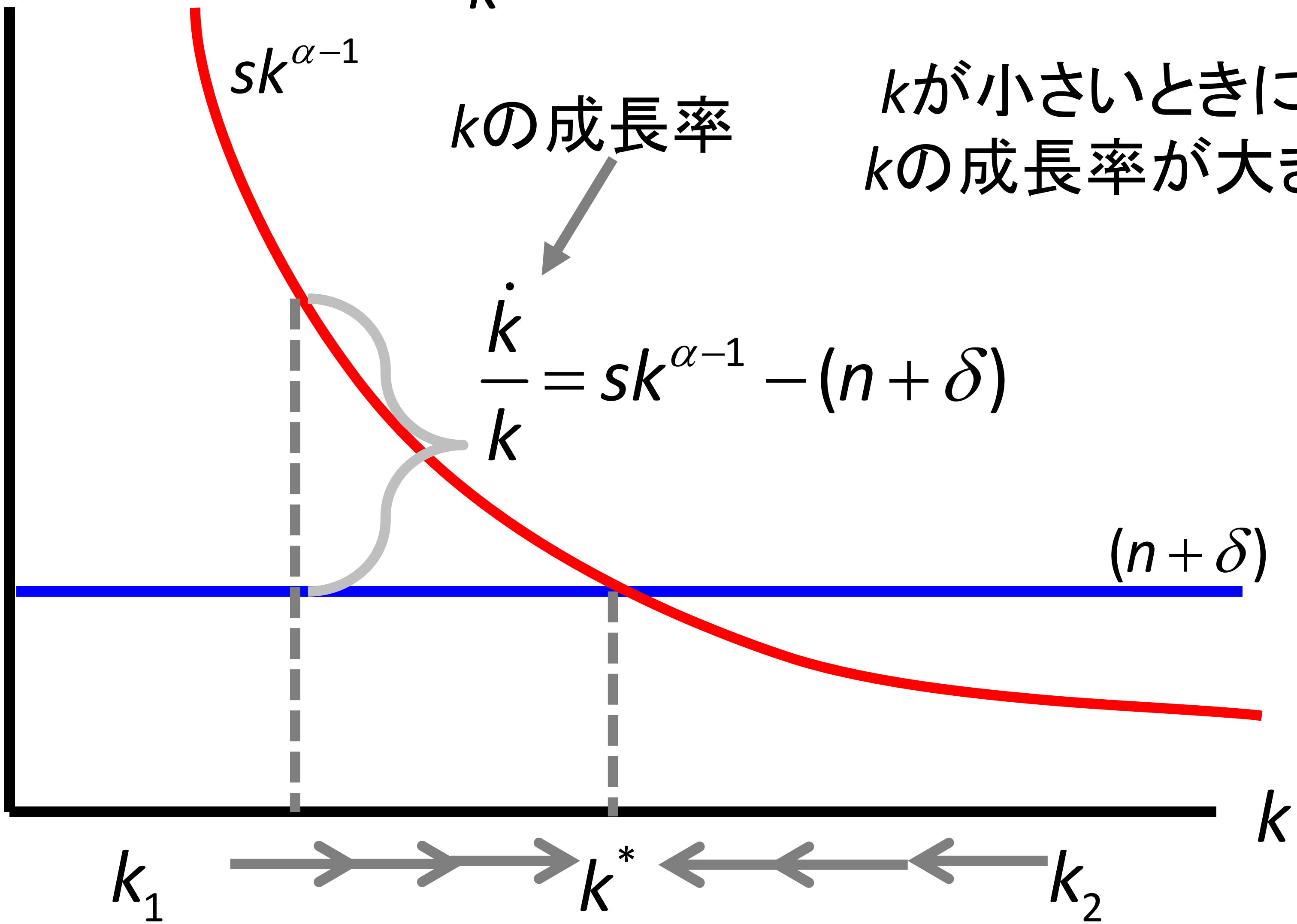
# ソローモデルの解の直観的な意味




どのような $k$ から出発しても、長期的には $k^*$ に収束

# 別の図による解法

$$\dot{k} = sk^{\alpha} - (n+\delta)k \Rightarrow \frac{\dot{k}}{k} = sk^{\alpha-1} - (n+\delta)$$ （成長率バージョンに）



# 均衡における1人当たりGDP成長率

1人当たりGDP成長率 $= \dfrac{\dot{y}}{y} = \alpha \dfrac{\dot{k}}{k} \Leftarrow y = k^{\alpha}$

したがって

– 長期的には、1人当たりGDPは定常状態の値 $(= y^{*} = k^{*\alpha})$ に収束

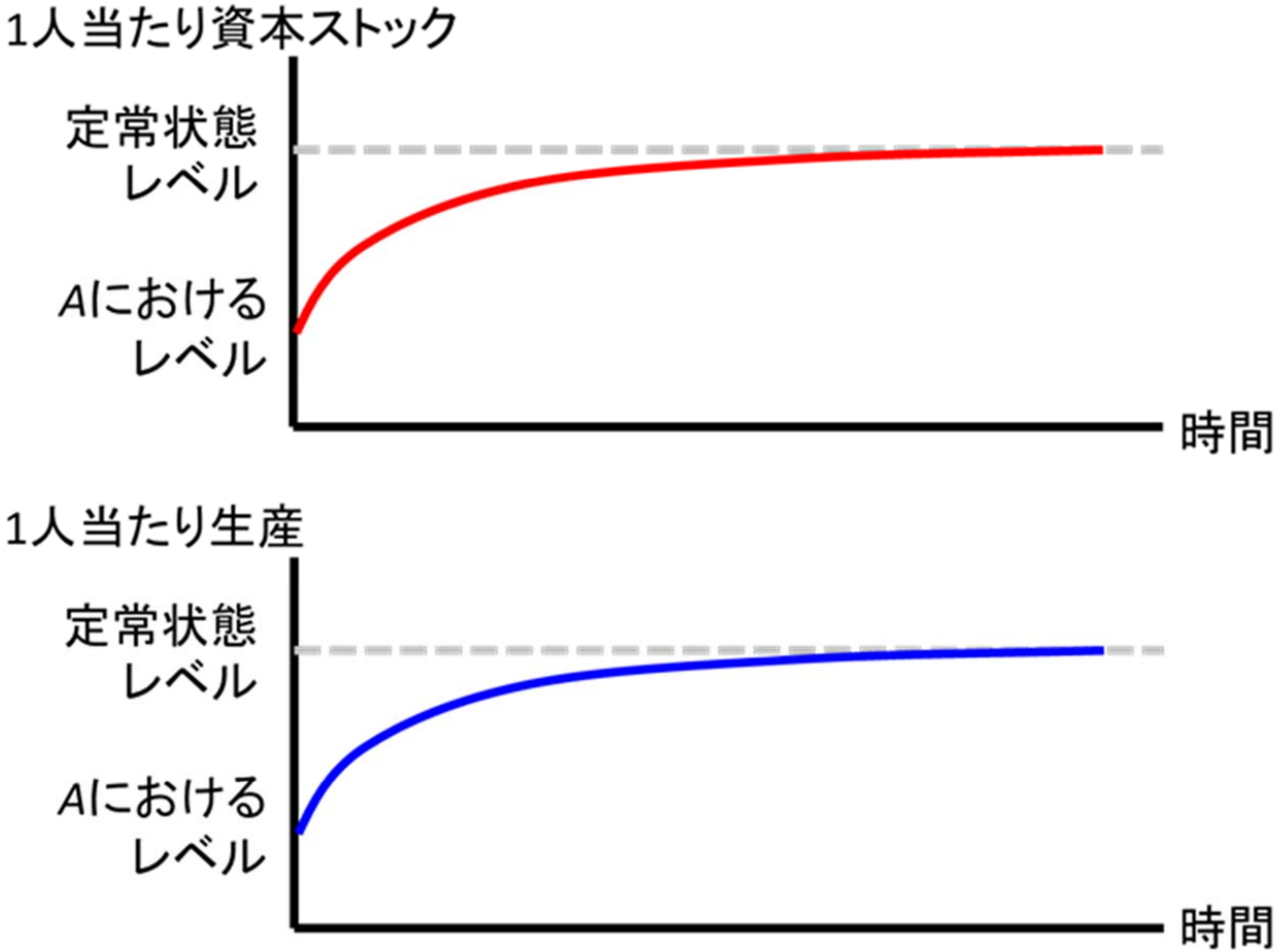
– 長期的には、1人当たりGDP成長率は0

– 短期的には、$k$が小さいほど、$k$の成長率も1人当たりGDP成長率も高い

（ざっくり言えば、貧しい国のほうが成長率が高い）

# 低い資本ストックから始まる長期的な変化

（図表２-４）



# 技術進歩のないソローモデルの結論

- どの状態から始まっても、**定常状態に収束**
- 定常状態では資本ストックも生産も増えない
- １人当たり資本ストックが少ない
  （**所得レベルが低い**）
  ➔ １人当たり資本ストック成長率が高い
  ➔ １人当たり生産（GDP）**成長率が高い**
- １人当たり資本ストックが増える
  （**所得レベルが向上する**）
  ➔ １人当たりGDP成長率は**下がる**

# 2.3　技術進歩を想定した ソロー・モデル

## 仮定

① **閉鎖経済**（2.2節と同じ）

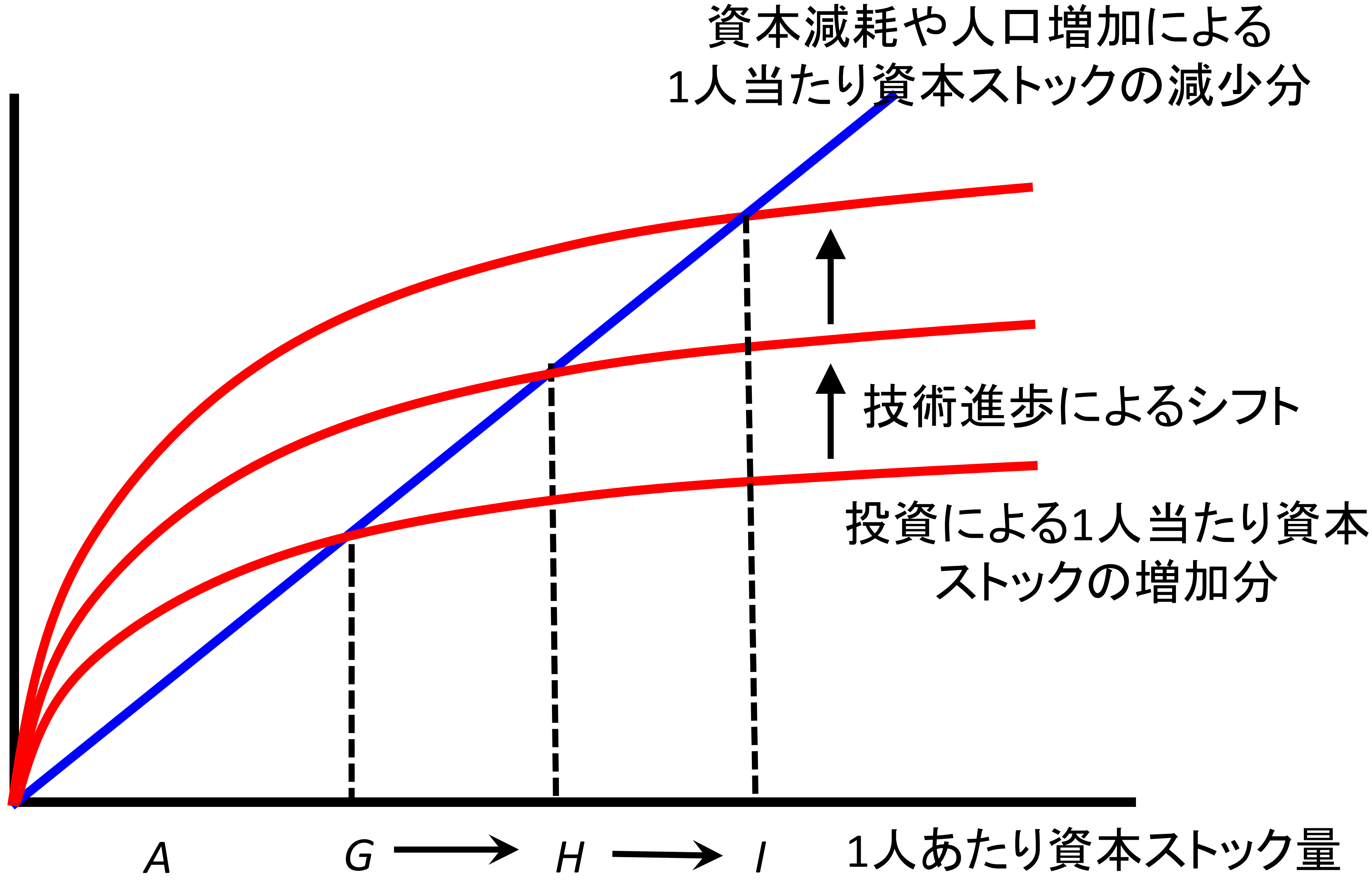
② **一定の貯蓄率**（2.2節と同じ）

③ **一定の人口成長率**（2.2節と同じ）

④ **一定の技術成長率**

- ただし、なぜ技術が成長するかは このモデルでは考察しない

# 技術進歩による定常状態の変化 （図表2-5）



# 技術進歩を想定したソローモデル（数式）

$$Y(t) = K(t)^{\alpha}\left(A(t)L(t)\right)^{1-\alpha}$$

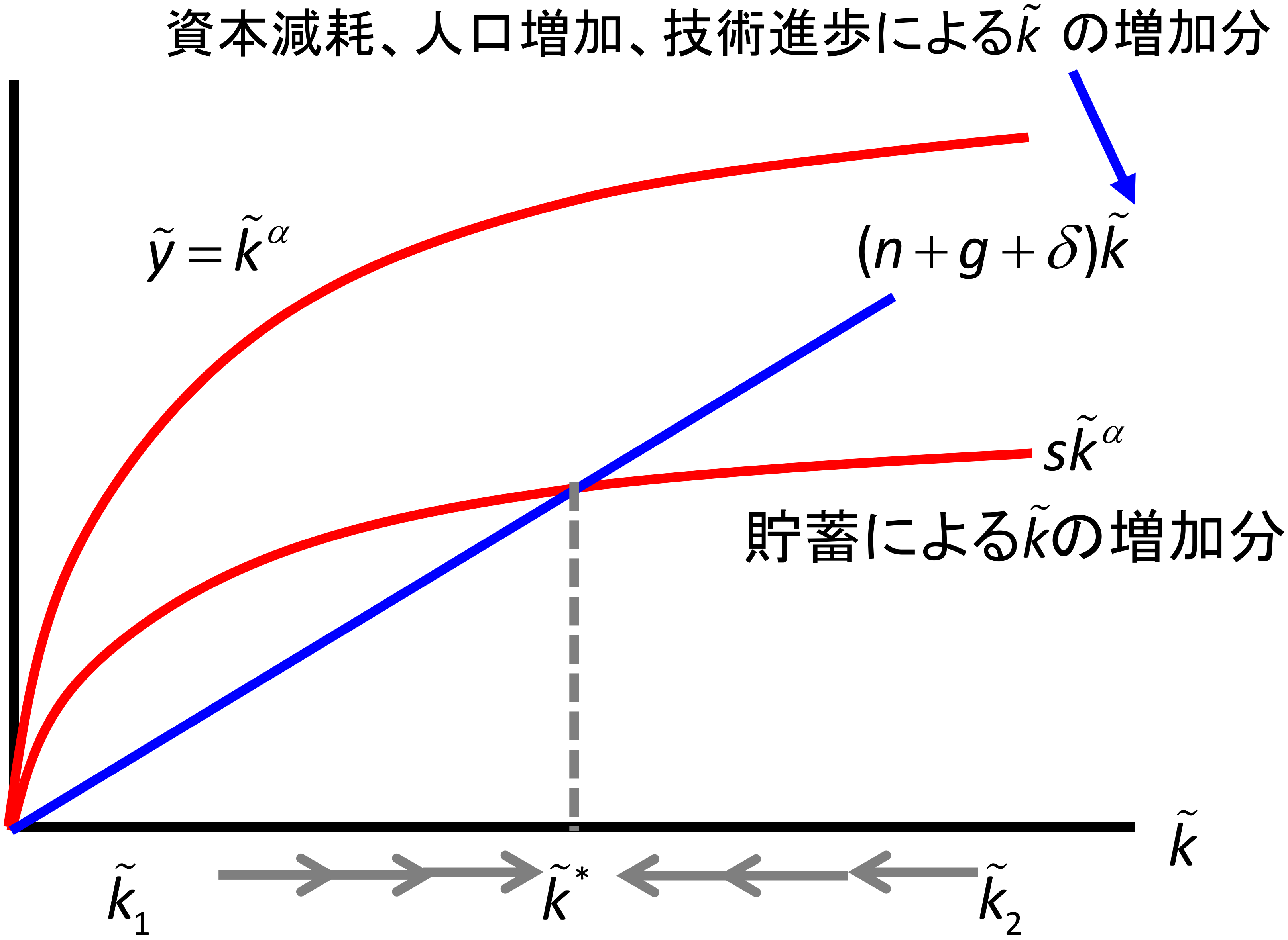
$A(t)$: 技術レベル（労働の効率性）

$$\frac{\dot{A}}{A} = g$$: 一定の技術進歩率

$$\tilde{y} \equiv \frac{Y}{AL}$$ （労働の効率単位当たりの生産量）

$$\tilde{k} \equiv \frac{K}{AL} \Rightarrow \frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{L}}{L} = \frac{\dot{K}}{K} - g - n$$

$$\Rightarrow \dot{\tilde{k}} = s\tilde{k}^{\alpha} - (n+g+\delta)\tilde{k}$$




どのような$\tilde{k}$から出発しても$\tilde{k}^*$に収束

# 均衡における1人当たりGDP成長率

$$y = \frac{Y}{L} = A\frac{Y}{AL} = A\tilde{y},\ \ \tilde{y} = \tilde{k}^{\alpha}$$

$$\Rightarrow 1\text{人当たりGDP成長率} = \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{\tilde{y}}}{\tilde{y}} + g = \alpha\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} + g$$

したがって

– 長期的には、$\tilde{k}$は一定$\Rightarrow$1人当たりGDP成長率は$g$

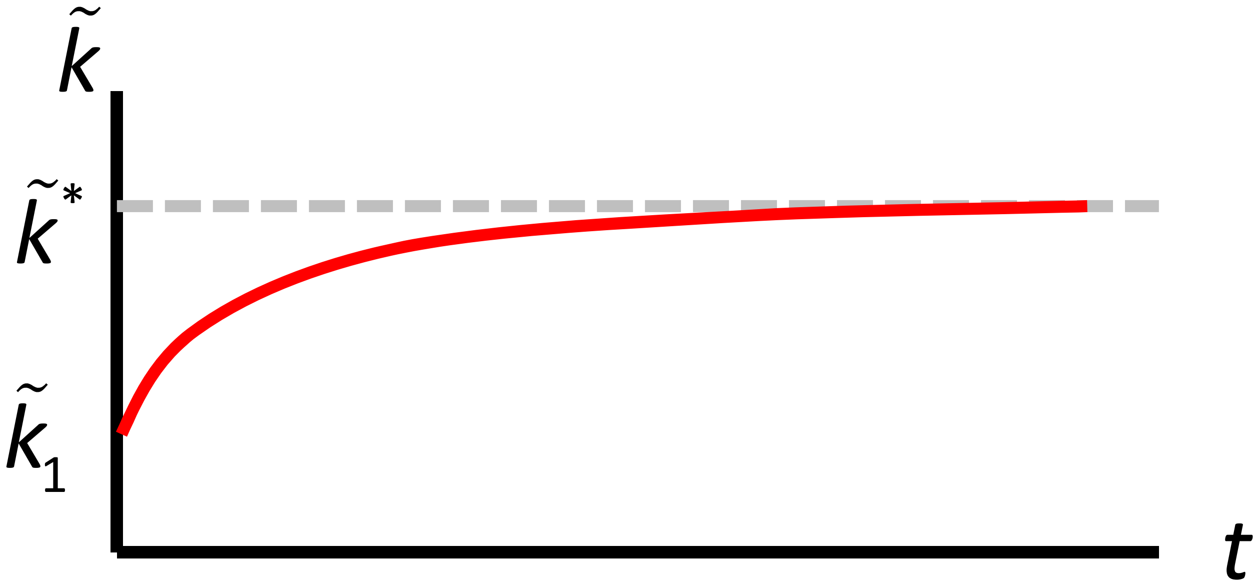
（つまり長期的な経済成長率は技術進歩率に等しい）

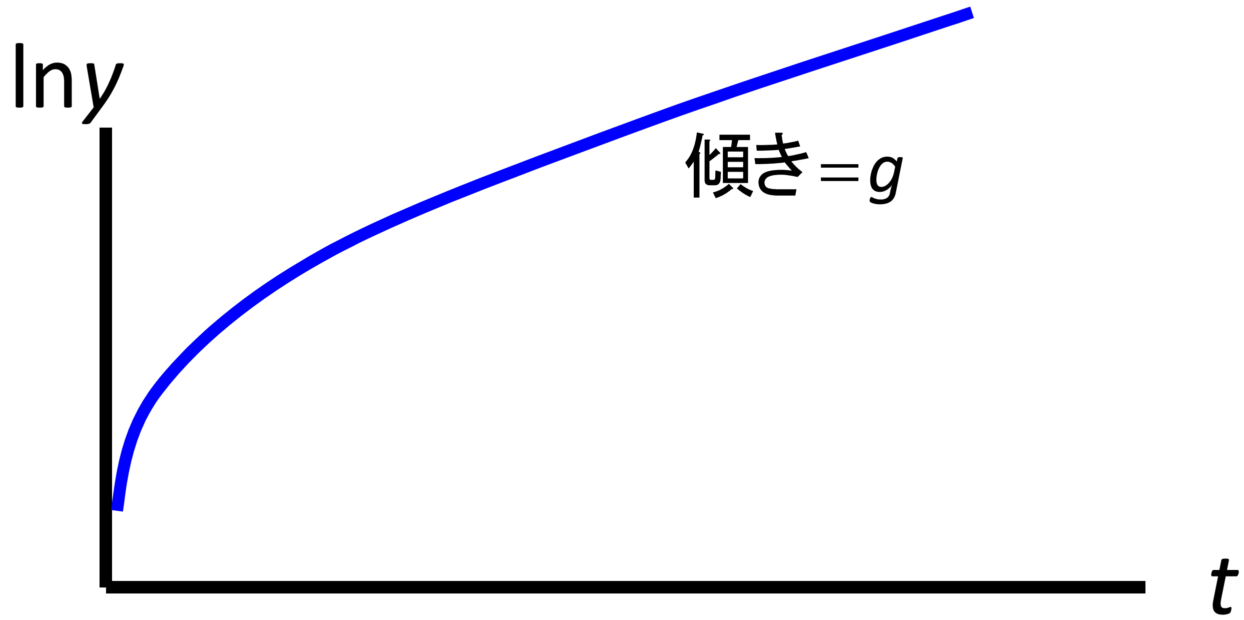
– 短期的には、$\tilde{k}$が小さいほど、$\tilde{k}$の成長率も

1人当たりGDP成長率も高い

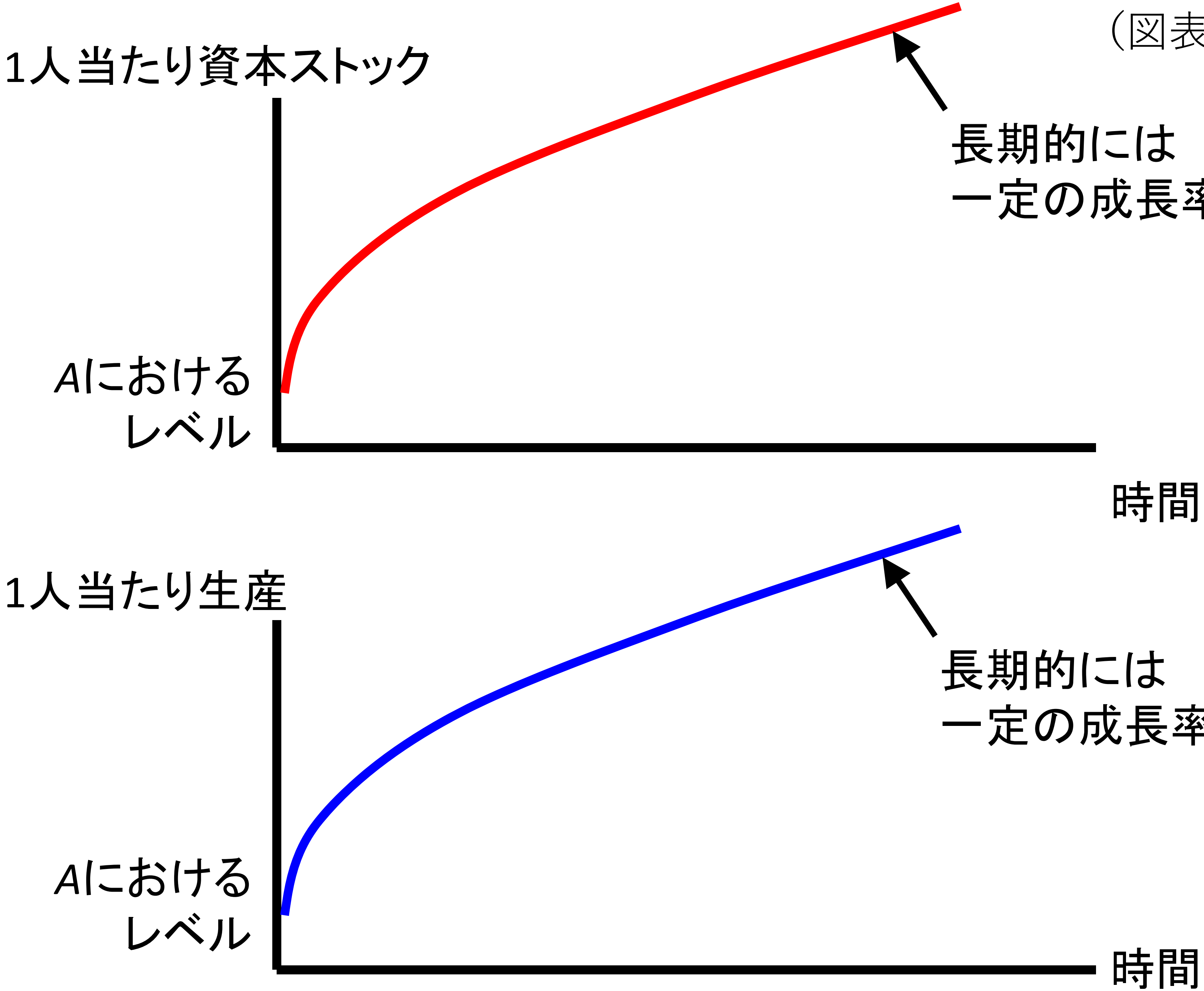
（ざっくり言えば、貧しい国のほうが成長率が高い）

# 低い $\tilde{k}$ から出発した時の経年変化



（図表2-6）



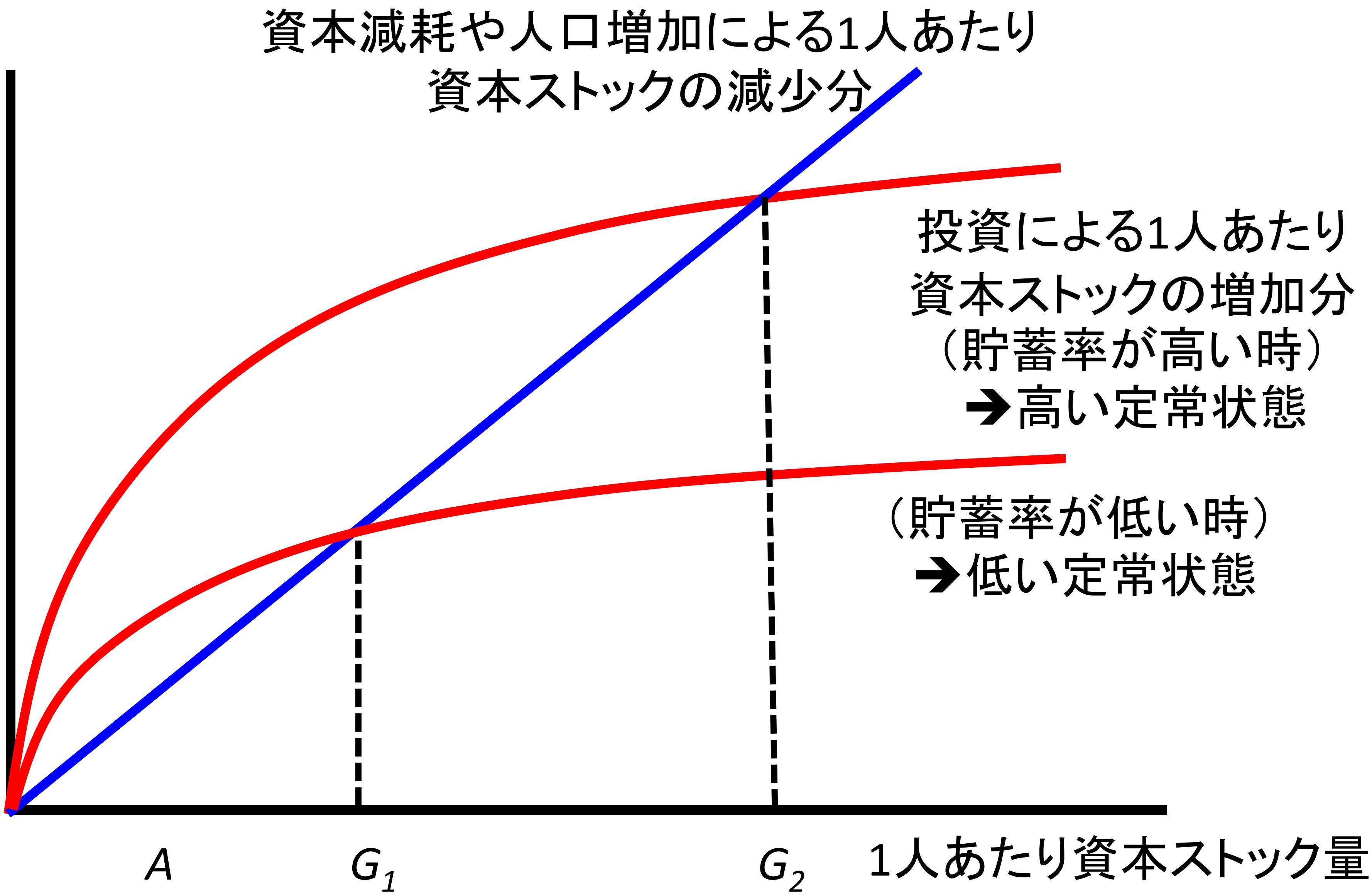
1人当たり資本ストック
長期的には
一定の成長率
*A*における
レベル
時間
1人当たり生産
長期的には
一定の成長率
*A*における
レベル
時間

# 技術進歩ありのソロー・モデルの結論

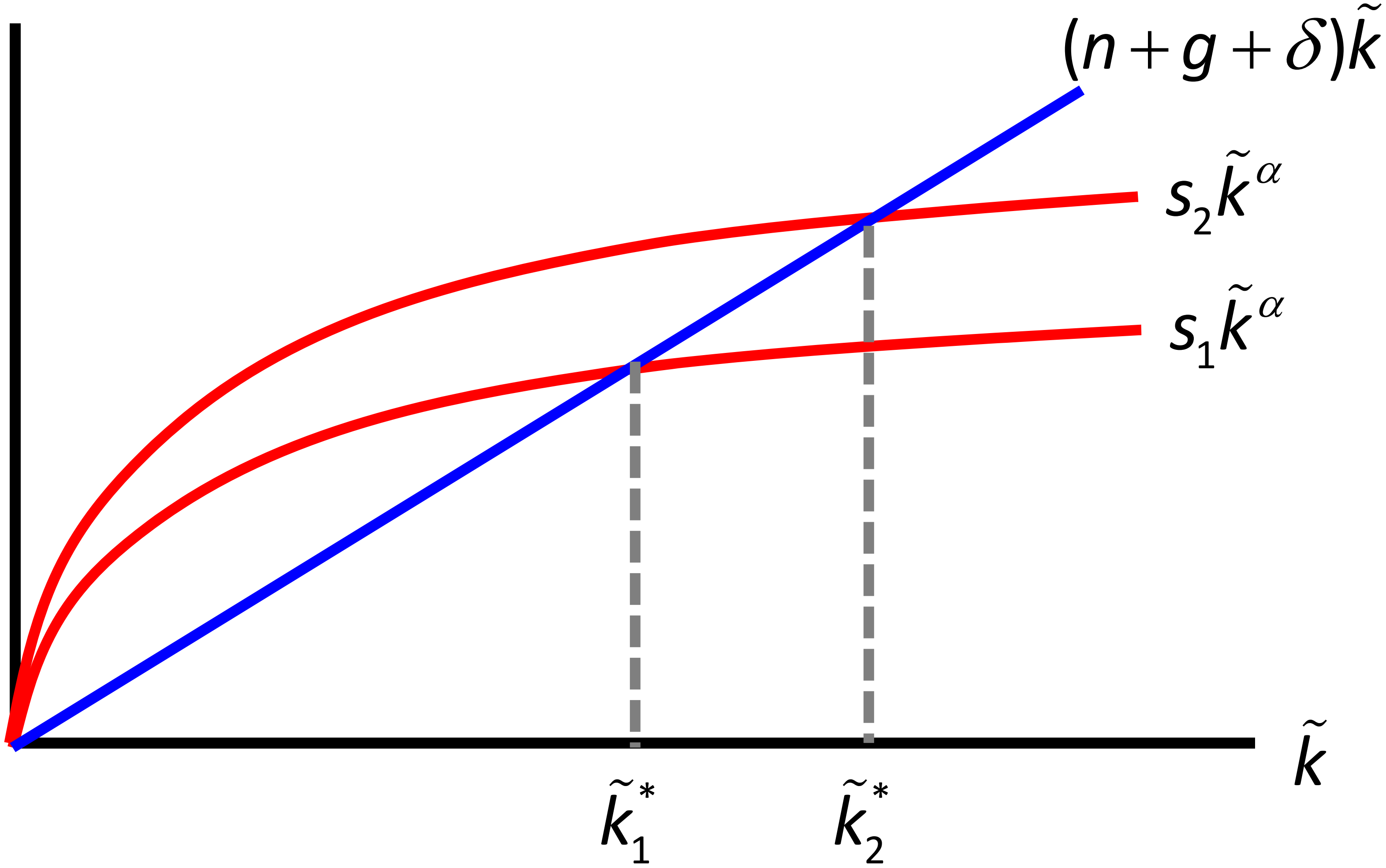
- **定常状態**では１人当たり資本ストックも生産も**一定の成長率（＝技術進歩率）**で増加する
- １人当たり資本ストックが少ないと（**所得レベルが低い**）
  ➔ １人当たり資本ストック成長率が高い
  ➔ １人当たり生産（GDP）**成長率が高い**
- １人当たり資本ストックが増えるにつれ（**所得レベルが向上する**）
  ➔ １人当たりGDP成長率は**下がる**

# 2.4　投資率・人口成長率の増減による定常状態の変化

# 貯蓄率・投資率の増加の効果 （図表 2 -7）

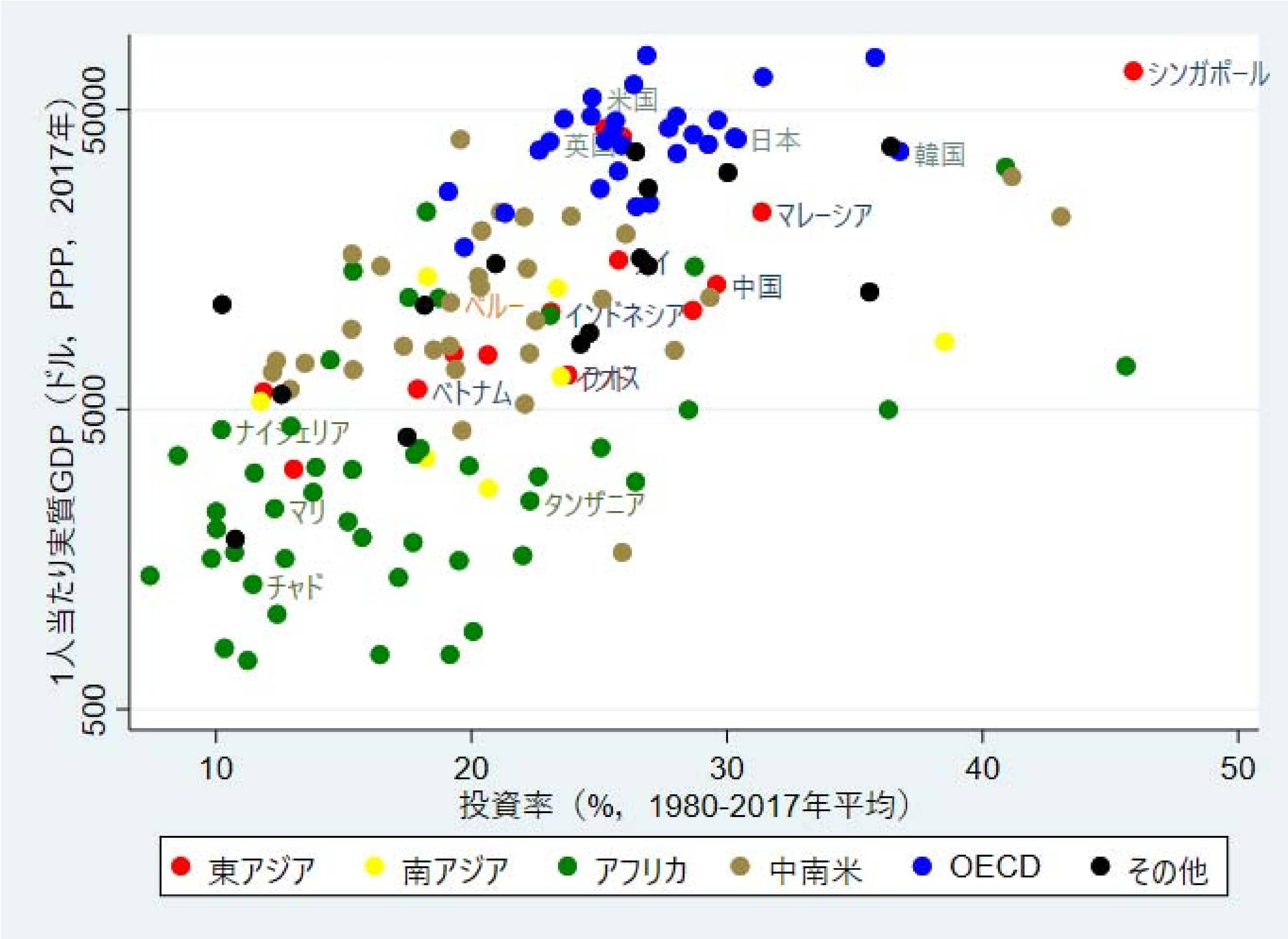


# 数式を使った図



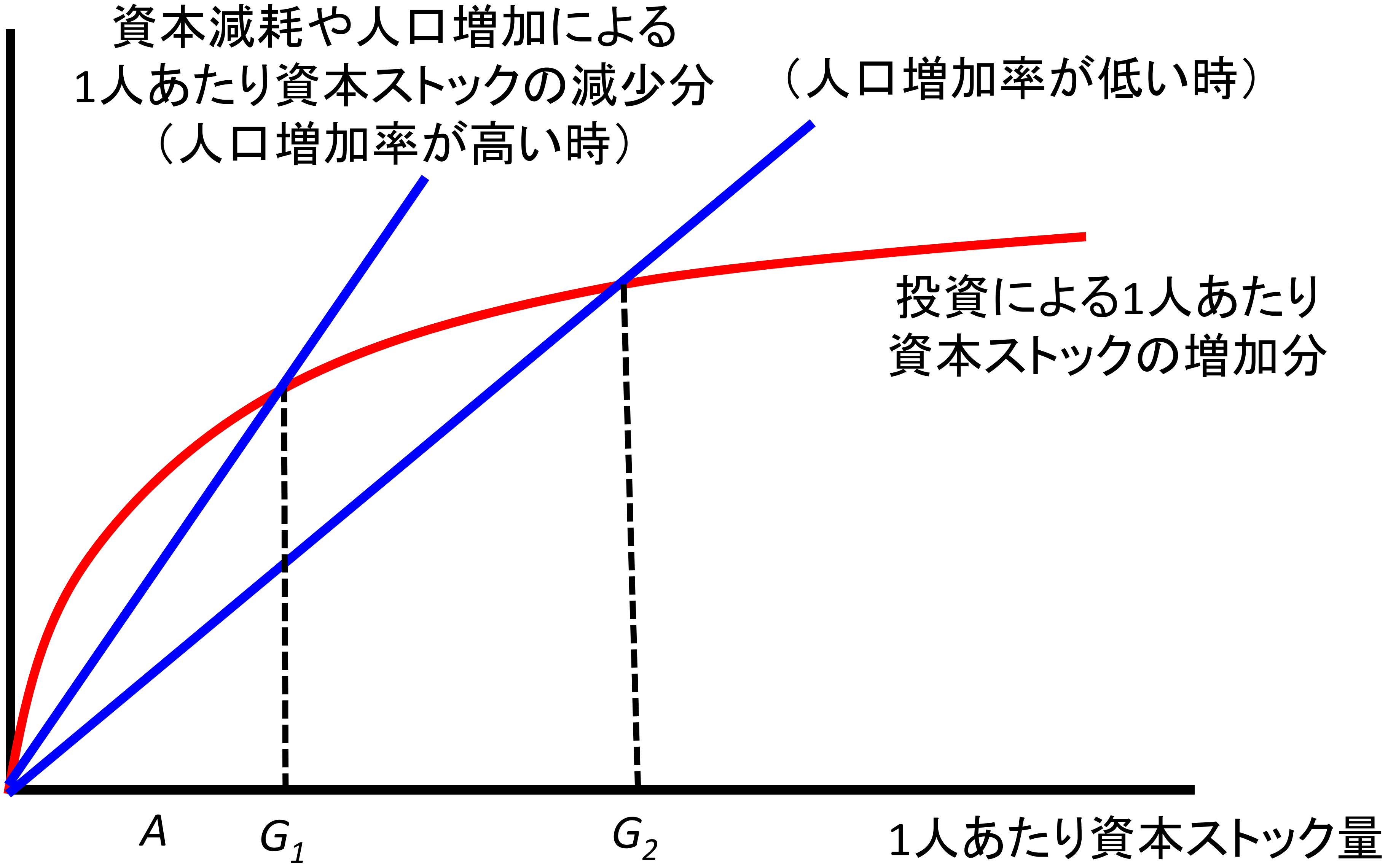

高い貯蓄率 ➔ 高い定常状態の1人当たりGDP

# 投資率と1人当たりGDPの関係（図表2-8）

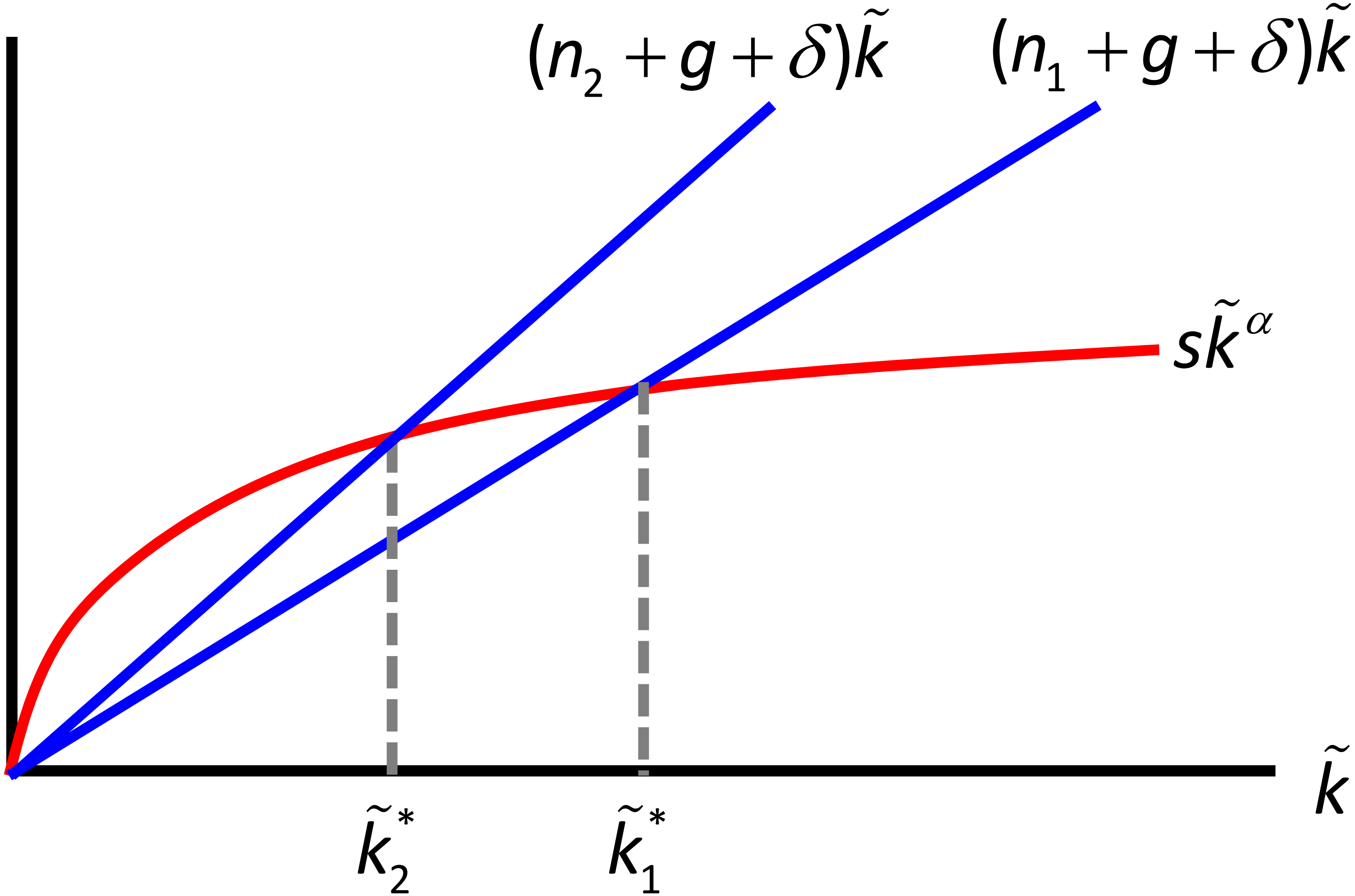



出所：Penn World Table 9.1

# 人口成長率の増加の効果（図表 2 -9）

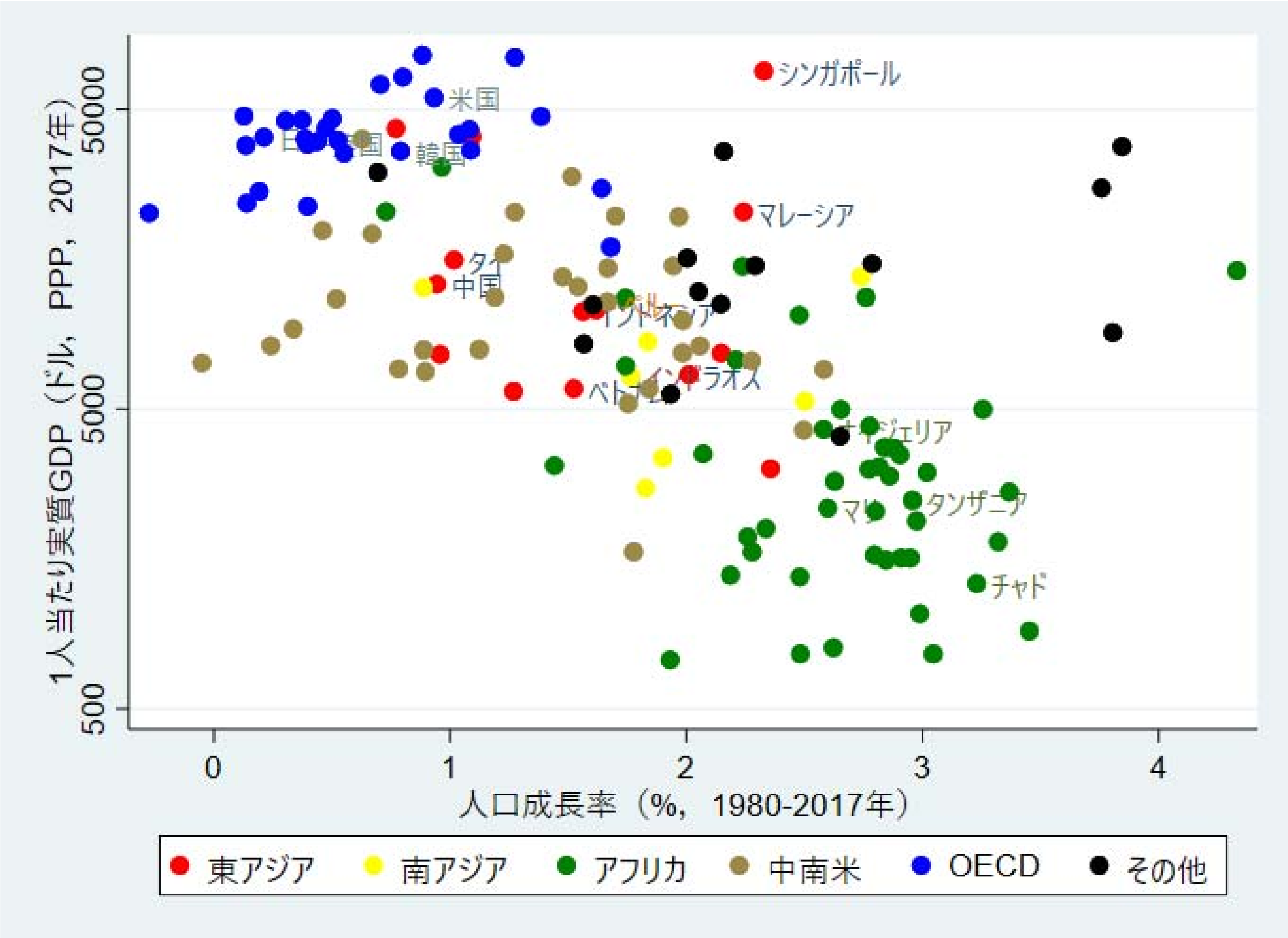


# 数式を使った図




高い人口成長率 ➔ 低い定常状態の1人当たりGDP

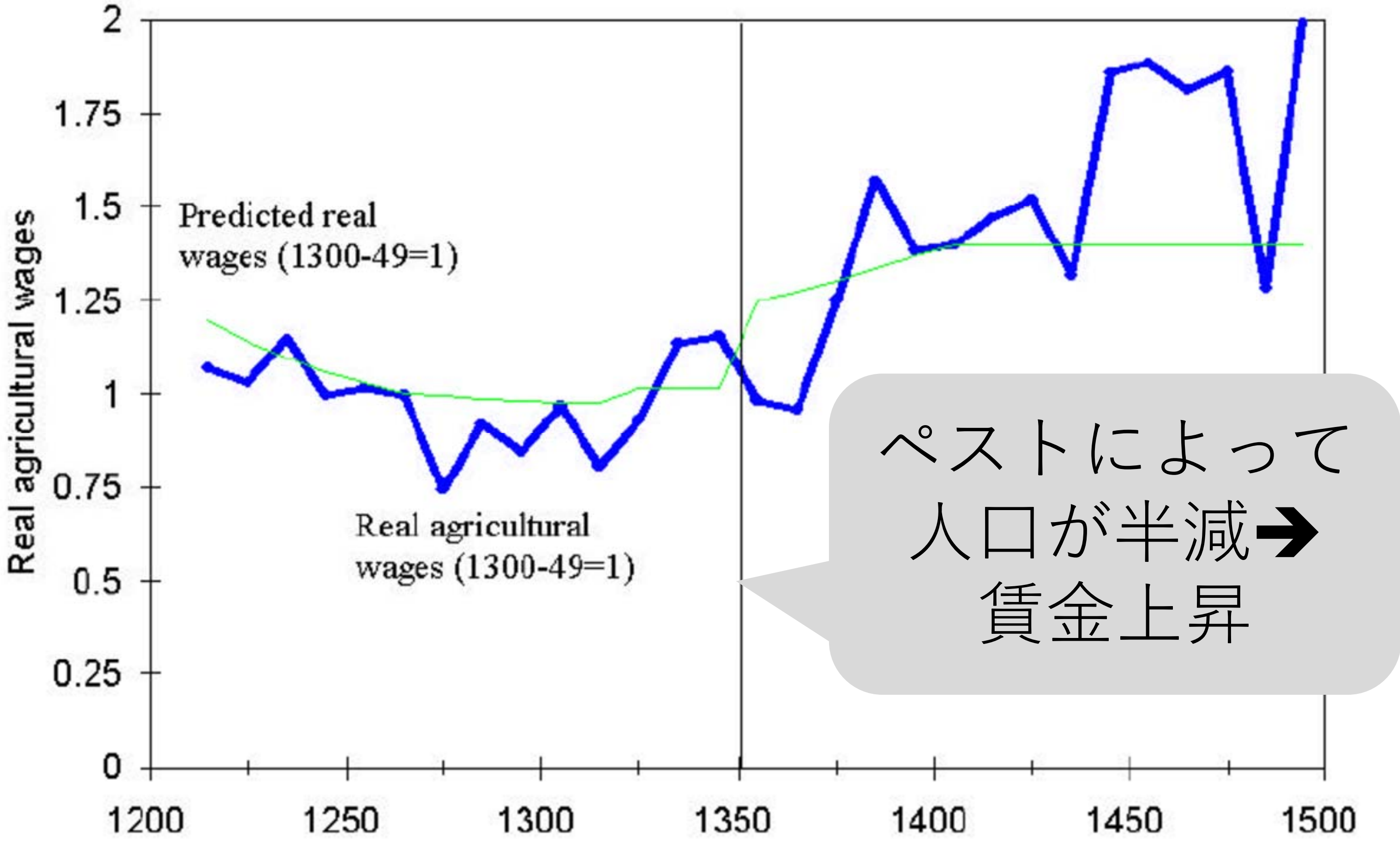
# 人口成長率と1人当たりGDPの関係（図表2-10）




出所：Penn World Table 9.1

# 人口レベル（成長率でなく）と経済成長

## イギリスにおけるペストと1人当たり所得

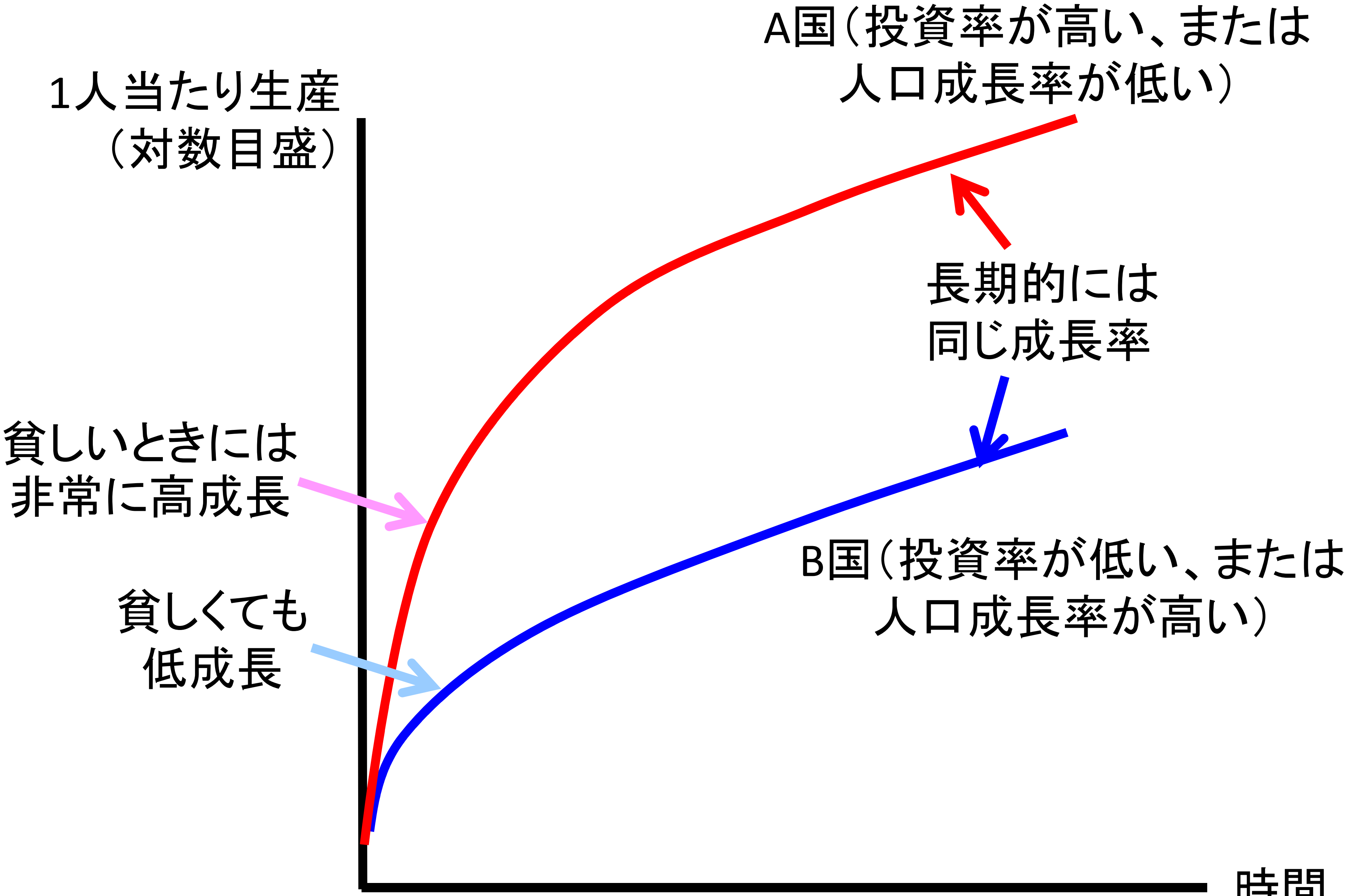



出所：Clark (2016), Journal of demographic economics 82 (2):139-165. Figure 4

# 2.5　条件付き収束

- **絶対収束**
  – 所得が低いほど、所得成長率が高い
- **条件付き収束**（ソローモデルの結論）
  – 定常状態から離れていれば離れているほど、成長率が高い
  – 貧困国の定常状態が低ければ、その成長率は必ずしも高くない

# 長期的な成長経路（図表２-11）



# 収束の直観的な理由

１人当たり資本ストック量が小さいとき

**資本の限界生産物**（「収益率」）**が大**

➔ 投資によって生産が大きく上昇

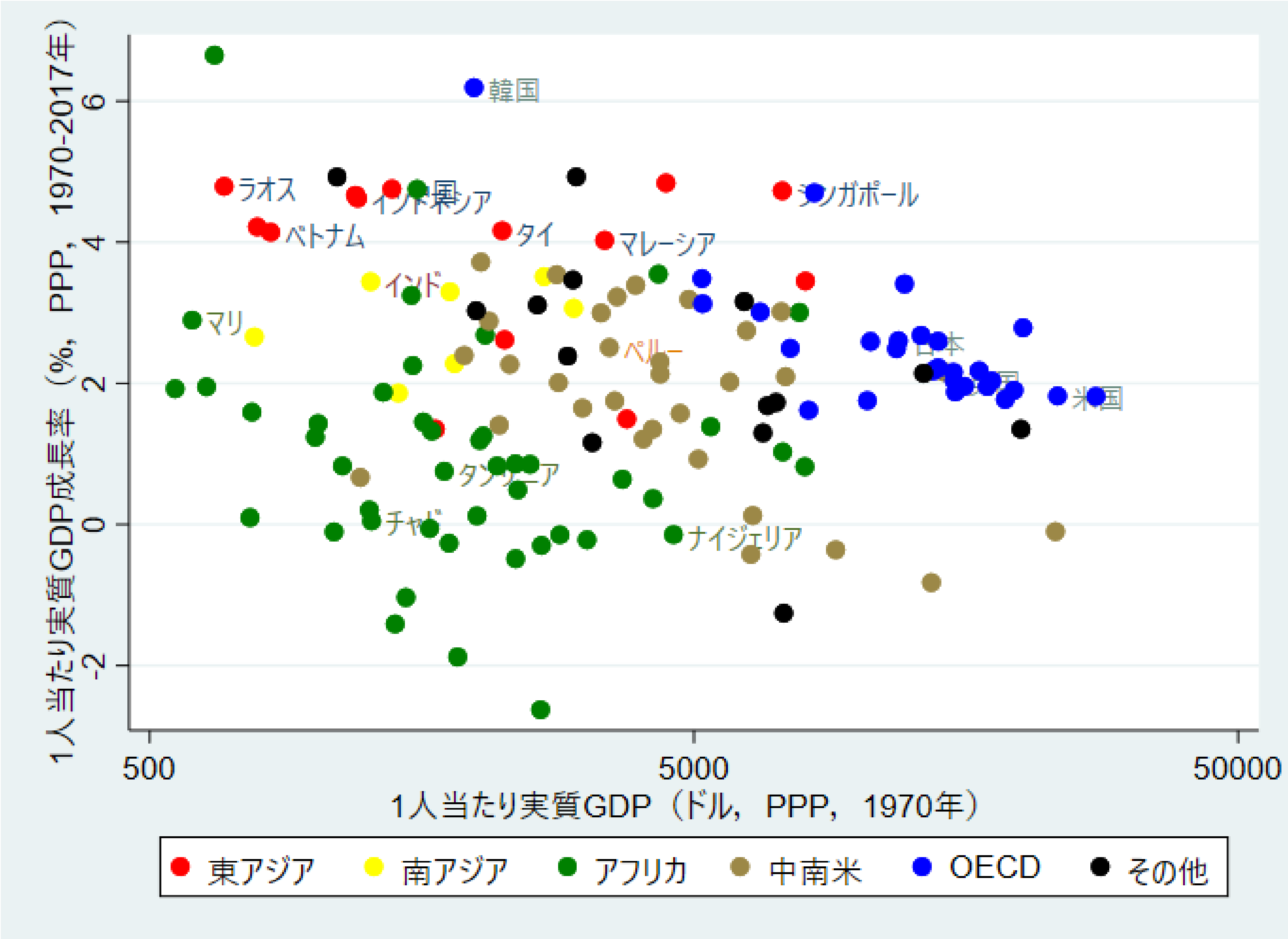
➔ 貯蓄も大きく上昇（一定の割合を貯蓄するので）

➔ 資本ストックは急激に上昇

➔ **生産も急激に上昇**

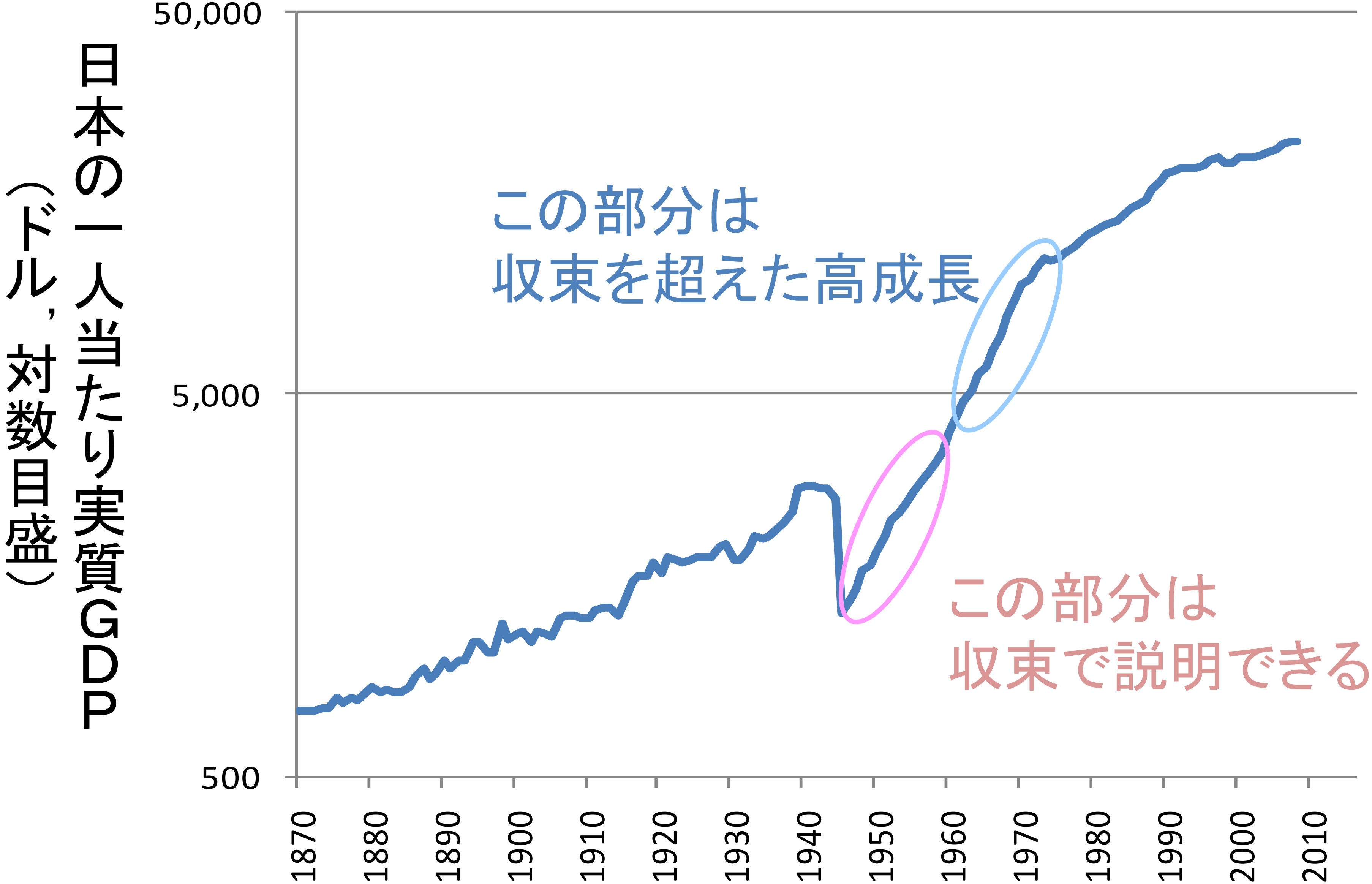
資本の限界生産物：１単位の資本を追加的に投入することによって得られる生産物の増加分

# 条件付き収束は成り立っている (図表2-12)




出所：Penn World Table 9.1

# 日本経済における収束




出所：Maddison (2010), "Statistics on World Population, GDP and Per Capita GDP, 1-2008 AD." available at http://www.ggdc.net/maddison/oriindex.htm.

# 2.5＋　人的資本蓄積を考慮した　ソロー・モデル （Mankiw et al. 1992）

$$Y(t) = K(t)^{\alpha} H(t)^{\beta} \left( A(t)L(t) \right)^{1-\alpha-\beta}$$

$H(t)$: 人的資本ストック

$$\dot{K} = s_K Y - \delta_K K$$

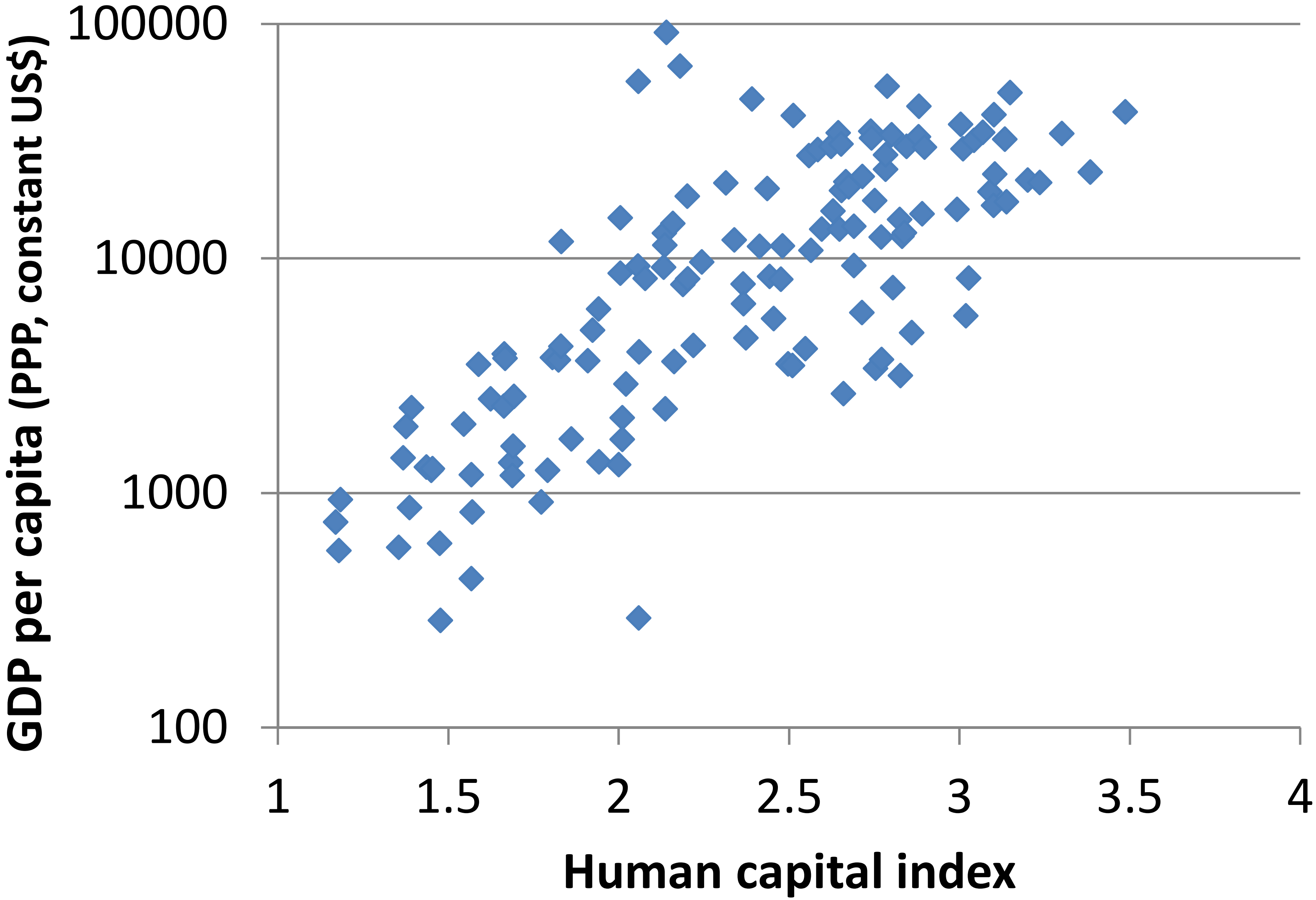
$$\dot{H} = s_H Y - \delta_H H$$

$s_H$ :総所得に占める人的資本ストック投資（教育等）のシェア

基本的な結論

1. 定常状態の１人当たりGDP成長率は $g$（技術進歩率）
2. 人的資本ストック投資率が高い

$\Rightarrow$ 定常状態の１人当たりGDPが高い




$= \exp(\text{returns to schooling} \times \text{years of schooling})$

Source: Penn World Table 8.0

# 2.5++　計量経済学による実証分析 －成長回帰－

$$\frac{\ln y_{it} - \ln y_{i0}}{t} = \beta_0 + \beta_1 \ln y_{i0} + \beta_2 s_{Ki} + \beta_3 s_{Hi} + \beta_4 n_i + \beta_5 X_i + \varepsilon_i$$

１人当たりGDP成長率

条件付き収束が成り立てば $\beta_1 < 0$

技術進歩・模倣の効率性の様々な要因

国レベルの国際データを使った多くの研究：

$\beta_1 < 0$, $\beta_2 > 0$, $\beta_4 < 0$.

➔ 新古典派成長論の理論的結論は概ね支持

その他のいろいろな要因の効果も検証されたが、はっきりとした結論が出ないものも多い

(第 6 章以降に詳述)

# 新古典派成長論の実証

TABLE V

TESTS FOR CONDITIONAL CONVERGENCE

| Dependent variable: log difference GDP per working-age person 1960–1985 | | | |
|---|---|---|---|
| Sample: | Non-oil | Intermediate | OECD |
| Observations: | 98 | 75 | 22 |
| CONSTANT | 3.04 | 3.69 | 2.81 |
| | (0.83) | (0.91) | (1.19) |
| ln(Y60) | −0.289 | −0.366 | −0.398 |
| | (0.062) | (0.067) | (0.070) |
| ln(I/GDP) | 0.524 | 0.538 | 0.335 |
| | (0.087) | (0.102) | (0.174) |
| $\ln(n + g + \delta)$ | −0.505 | −0.551 | −0.844 |
| | (0.288) | (0.288) | (0.334) |
| ln(SCHOOL) | 0.233 | 0.271 | 0.223 |
| | (0.060) | (0.081) | (0.144) |
| $\overline{R}^2$ | 0.46 | 0.43 | 0.65 |
| *s.e.e.* | 0.33 | 0.30 | 0.15 |
| Implied $\lambda$ | 0.0137 | 0.0182 | 0.0203 |
| | (0.0019) | (0.0020) | (0.0020) |

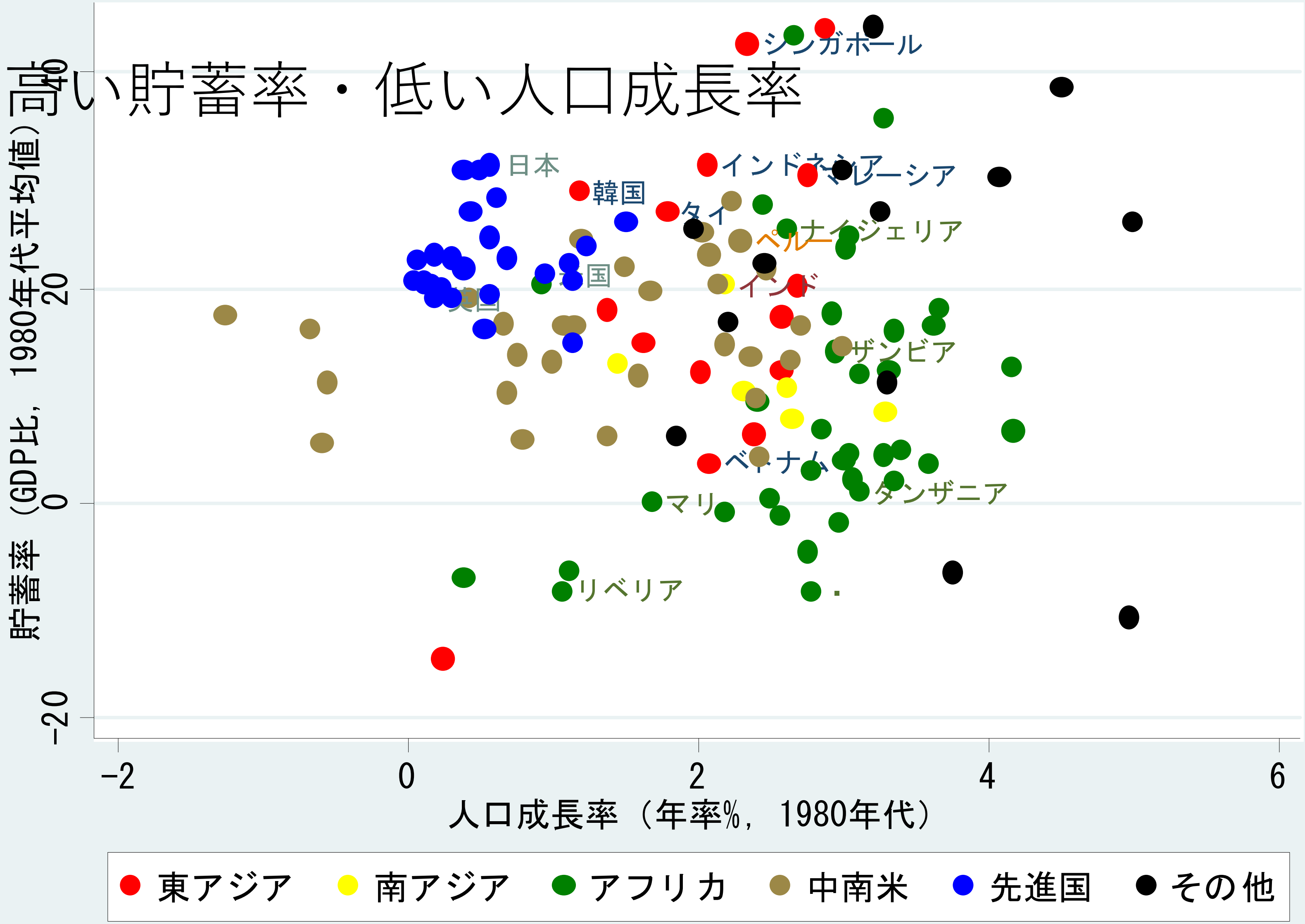
*Note.* Standard errors are in parentheses. Y60 is GDP per working-age person in 1960. The investment and population growth rates are averages for the period 1960–1985. $(g + \delta)$ is assumed to be 0.05. SCHOOL is the average percentage of the working-age population in secondary school for the period 1960–1985.

Mankiw, Romer, and Weil (1992) Quarterly Journal of Economics 107 (2):407-437.

# 2.6　政策の効果

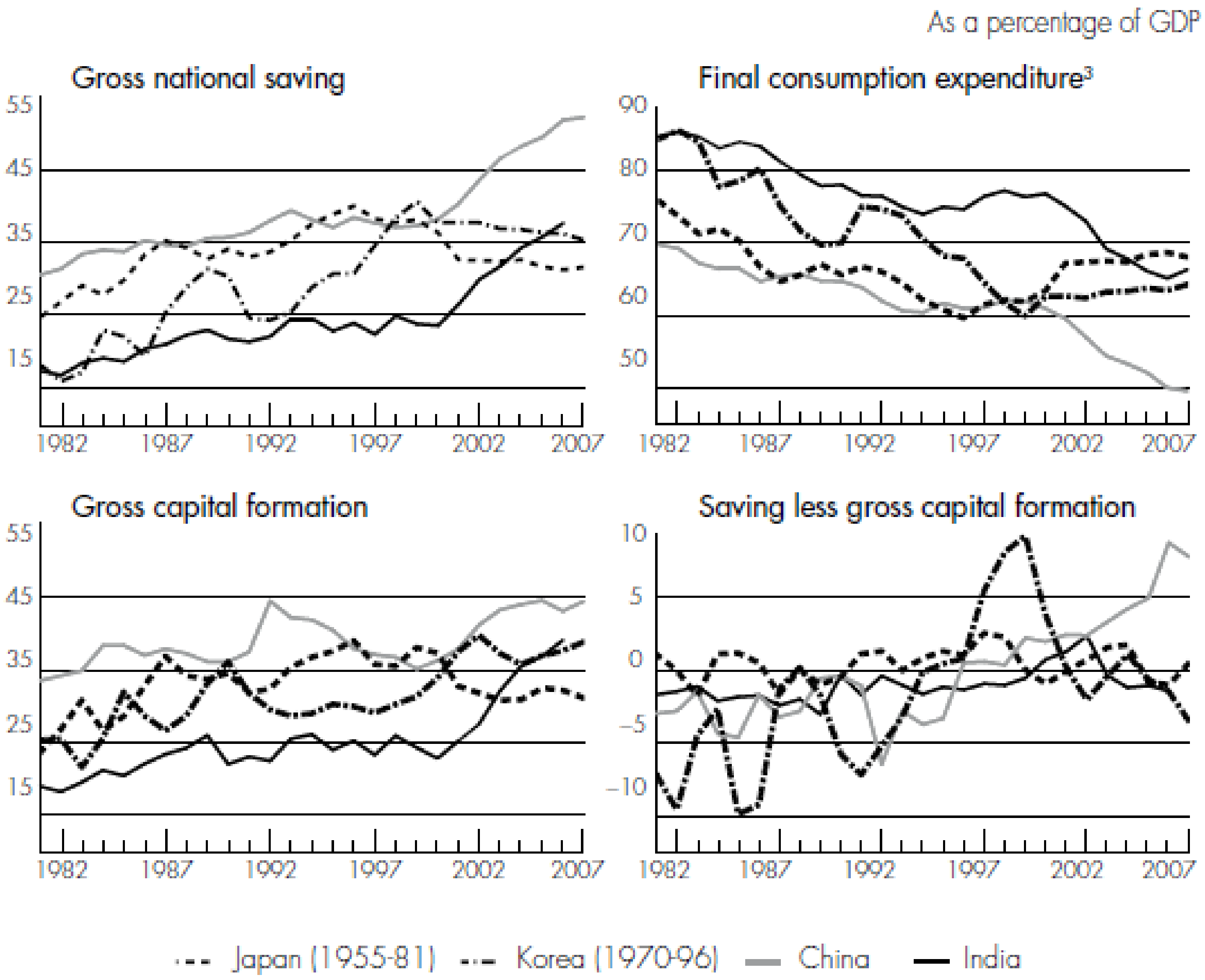
- **貯蓄率・投資率の向上**
  – 農村部の金融機関の拡充
    - 日本の郵便貯金、現代のモバイルバンキング
  – 海外からの投資の誘致
- **人口成長率の減少**
  – 1人っ子政策・避妊教育の拡充
  – ただし、技術進歩を阻害するかも（後述）
- **技術進歩率の向上**
  – 次章で詳述

# 2.6+　ソローモデルから見た東アジアの成長要因




出所：世界銀行『世界開発指標』

**Figure 2 – Saving and investment – international comparison**

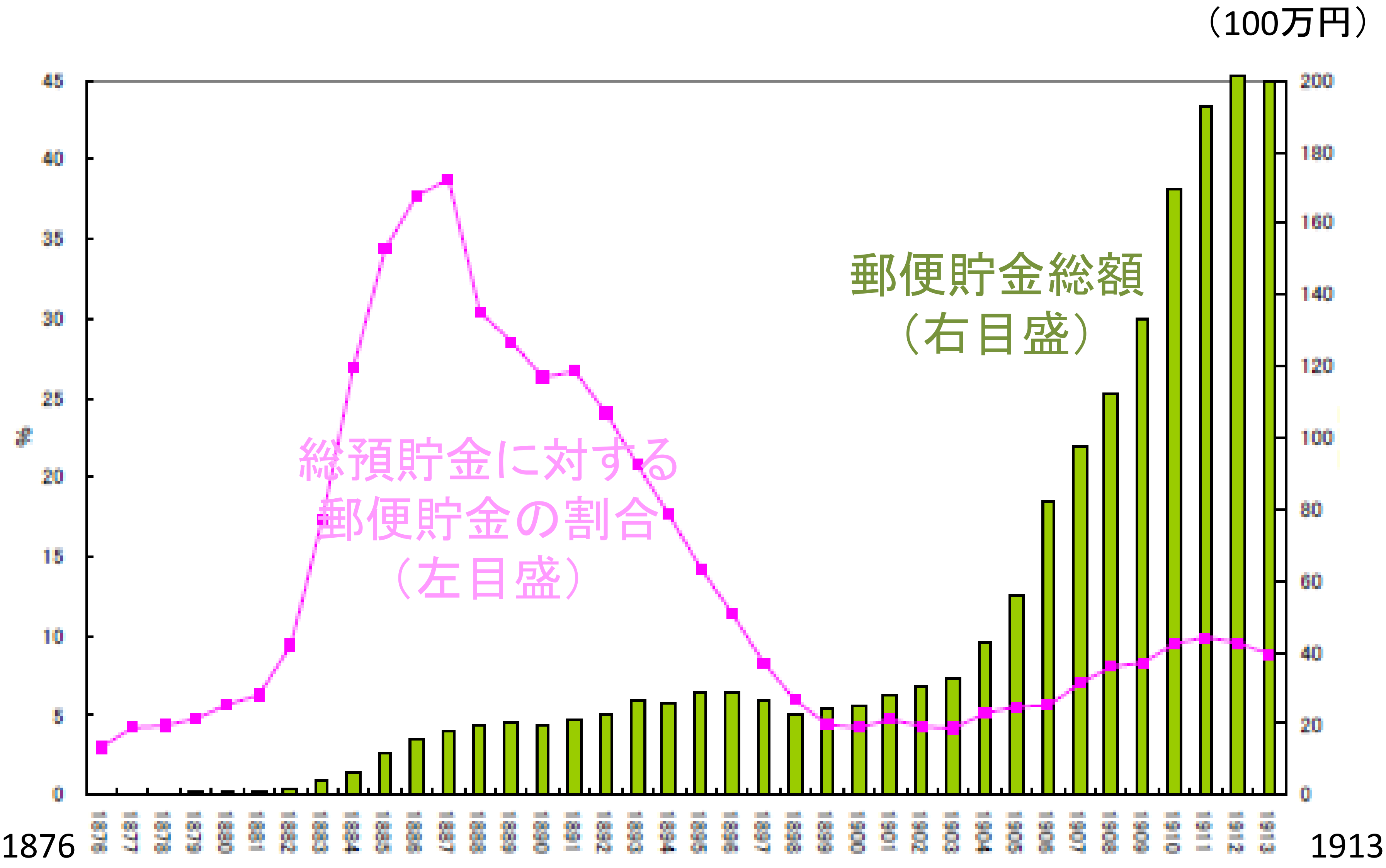



Ma and Yi (2010), Economie Internationale, 122, 5-39.

# なぜ東アジアで貯蓄率が高いのか？

- 実ははっきりとはわかっていない
- 制度面
  - 郵便貯金 ➔ 周縁地域でも貯蓄が可能
  - 高齢化社会 ➔ 引退後のために貯蓄
  - ボーナス（日本） ➔ 一時的に大きな収入があるとたくさん貯蓄
- 逆の因果関係かも：成長すれば貯蓄が増える

# 日本における郵便貯金の役割




出所：田中光 (2008), ISS Discussion Paper Series J-170, 東京大学社会科学研究所.

# 2.7　まとめ

ソロー・モデルの結論

1. 長期的には、1人当たりGDP成長率は技術進歩率に比例して決定。つまり、技術進歩なしで長期にわたって成長することはできない。
2. 短期的には、資本蓄積による成長が可能。
3. 投資率が高いほど、または人口成長率が低いほど、定常状態（長期的な均衡状態）における所得レベルが高くなる。
4. 定常状態の所得レベルより低ければ低いほど短期的には成長率が高いが、長期的には技術進歩率に比例して決まる成長率に収束（条件付き収束）。