数理工学社 基礎から学ぶ機械力学 章末問題の解答（2022年3月改訂）

2章 1

(1)

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$$

(2)　変位 x の正方向と同じ上向き

(3)

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f$$

(4)　変位 x の正方向と同じ上向き

2章 2

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f$$

3章 1

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{5k}{3m}}$$

3章 2

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{L_1^2 k_1 + L_3^2 k_2}{L_2^2 m}}$$

3章 3

　分配ばねの両方のばねの変位が等しく，その変位を x(m) とおけば，力作用点 P に関するモーメントの釣り合いより，以下の式が成立する．

$$k_1 x L_1 - k_2 x L_2 = 0$$

ここで，$L_2 = L - L_1$ を考慮して，式を変形すれば，例題 3.4 の結果と同じ

$$L_1 = \frac{k_2}{k_1 + k_2} L$$

を得る．

3章 4

(1)　省略

(2)　**3.3.4** より，

$$x_1 = \frac{L_1^2}{(L_1 + L_2)^2 k_2} F$$

(3)　同様に

$$x_2 = \frac{L_2^2}{(L_1 + L_2)^2 k_1} F$$

(4)　力作用点の変位 $x = x_1 + x_2$ を考慮して，$k = \frac{F}{x}$ を計算すれば，式 (3.21) が導かれる．

3 章 5

(a)

$$k = k_a + k_b$$

(b)

$$k = \frac{k_a + k_b}{k_a k_b}$$

3 章 6

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k(5k+3k_a)}{m(3k+k_a)}}$$

3 章 7

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{r_1^2 k}{I_O + m_1 r_2^2}}$$

3 章 8

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{192EI}{L^3\left(m_1 + \frac{13}{35}m_2\right)}}$$

3 章 9

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{192EI}{L^3\left(m_1 + \frac{3}{8}m_2\right)}}$$

3 章 10

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{3EI}{L^3\left(m_1 + \frac{33}{140}m_2\right)}}$$

3 章 11

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{24EI}{L^3\left(m_1 + \frac{13}{35}m_2\right)}}$$

3 章 12

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{25k_1}{21m_1}}$$

3章 13

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{(R-r)\left\{1+I_G/(m_1 r^2)\right\}}}$$

4章 1

$$v_0 > \lambda_1 x_0$$

4章 2

$$f_n = 1.6 \times 10^3 \quad \mathrm{Hz}$$

$$c_c = 2.0 \times 10^1 \quad \mathrm{Ns/m}$$

4章 3
質量

$$m = 1.0 \times 10^{-1} \quad \mathrm{kg}$$

粘性減衰係数

$$c = 1.4 \times 10^0 \quad \mathrm{Ns/m}$$

4章 4
ばね剛性

$$k = 2.5 \times 10^4 \quad \mathrm{N/m}$$

慣性摩擦力

$$f_{d1} = 2.6 \times 10^{-1} \quad \mathrm{N}$$

4章 5

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{3k_1}{7m_1}}$$

$$\zeta = \frac{9c_1}{2}\sqrt{\frac{3}{7m_1 k_1}}$$

5章 1,2,3
　省略

5章 4

$$\begin{aligned} K(\omega) &= \frac{k_1 k_2 (k_1+k_2) + (c_1\omega)^2 k_2}{(k_1+k_2)^2 + (c_1\omega)^2} \\ C(\omega) &= \frac{c_1 k_2^2}{(k_1+k_2)^2 + (c_1\omega)^2} \end{aligned}$$

5章 5

(i) $0 \le t \le T_0$ のとき，

$$
\begin{aligned}
x(t) &= \frac{\omega_h F_1}{m}\left[e^{-\zeta\omega_n t}\left\{\frac{2\zeta\omega_n}{E}\cos\omega_d t + \frac{\omega_n^2(2\zeta^2-1)+\omega_h^2}{\omega_d E}\sin\omega_d t\right\}\right. \\
&\qquad \left. + \frac{-2\zeta\omega_n}{E}\cos\omega_h t + \frac{\omega_n^2-\omega_h^2}{\omega_h E}\sin\omega_h t\right]
\end{aligned}
$$

ここで，$E = 4\zeta^2\omega_n^2\omega_h^2 + (\omega_n^2-\omega_h^2)$ である．

(ii) $t \ge T_0$ のとき，

$$
\begin{aligned}
x(t) &= \frac{\omega_h F_1}{m}\left[e^{-\zeta\omega_n t}\left\{\frac{2\zeta\omega_n}{E}\cos\omega_d t + \frac{\omega_n^2(2\zeta^2-1)+\omega_h^2}{\omega_d E}\sin\omega_d t\right\}\right. \\
&\qquad \left. + e^{-\zeta\omega_n(t-T_0)}\left\{\frac{2\zeta\omega_n}{E}\cos\omega_d(t-T_0) + \frac{\omega_n^2(2\zeta^2-1)+\omega_h^2}{\omega_d E}\sin\omega_d(t-T_0)\right\}\right]
\end{aligned}
$$

5章 6

(i) $0 \le t \le T_0$ のとき，

$$
\begin{aligned}
x(t) &= \omega_h Y_1\left[e^{-\zeta\omega_n t}\left\{\frac{-2\zeta\omega_n\omega_h^2}{E}\cos\omega_d t + \frac{-\omega_n^2(\omega_n^2-\omega_h^2)(2\zeta^2-1)}{\omega_d E}\sin\omega_d t\right\}\right. \\
&\qquad \left. + \frac{-2\zeta\omega_n(\omega_n^2+\omega_h^2)}{E}\cos\omega_h t + \frac{\omega_n^2\{\omega_n^2-(1+4\zeta^2)\omega_h^2\}}{\omega_h E}\sin\omega_h t\right]
\end{aligned}
$$

ここで，$E = 4\zeta^2\omega_n^2\omega_h^2 + (\omega_n^2-\omega_h^2)$ である．

(ii) $t \ge T_0$ のとき，

$$
\begin{aligned}
x(t) &= \omega_h Y_1\left[e^{-\zeta\omega_n t}\left\{\frac{-2\zeta\omega_n\omega_h^2}{E}\cos\omega_d t + \frac{-\omega_n^2(\omega_n^2-\omega_h^2)(2\zeta^2-1)}{\omega_d E}\sin\omega_d t\right\}\right. \\
&\qquad \left. + e^{-\zeta\omega_n(t-T_0)}\left\{\frac{-2\zeta\omega_n\omega_h^2}{E}\cos\omega_d(t-T_0) + \frac{-\omega_n^2(\omega_n^2-\omega_h^2)(2\zeta^2-1)}{\omega_d E}\sin\omega_d(t-T_0)\right\}\right]
\end{aligned}
$$

6章 1,2

省略

6章 3

$$
\left(M + \frac{I_G}{R^2}\right)\ddot{x} + kx = f
$$

6 章 4

$$\left(m_1+\frac{I_1}{R^2}\right)\ddot{x}_1+k_1x_1+k_2(x_1-x_2)=0$$

$$m_2\ddot{x}_2-k_2(x_1-x_2)=0$$

6 章 5

$$I_m\ddot{\theta}+k(\theta-\phi)=T$$

$$\left\{I_s+\left(\frac{L_e}{2\pi}\right)^2 m\right\}\ddot{\phi}-k(\theta-\phi)=0$$

6 章 6

$$(I_p+I_m)\ddot{\theta}_1+3kr^2\theta_1-kr^2\theta_2-2krx=T$$

$$I_p\ddot{\theta}_2-kr^2\theta_1+3kr^2\theta_2-2krx=0$$

$$m\ddot{x}-2kr\theta_1-2kr\theta_2+4kx=0$$

7 章 1

省略

7 章 2

$$\omega_2=1.25\times10^3(\mathrm{rad/s})$$

7 章 3

(i) $0\le t\le aT_2$ のとき

$$\begin{aligned}x_1(t)&=\frac{1}{2(m_1+m_2)}F_at^2+\frac{m_2^2F_a}{k(m_1+m_2)^2}(1-\cos\omega_2t)\\x_2(t)&=\frac{1}{2(m_1+m_2)}F_at^2-\frac{m_1m_2F_a}{k(m_1+m_2)^2}(1-\cos\omega_2t)\end{aligned}$$

(ii) $aT_2\le t\le 2aT_2$ のとき

$$\begin{aligned}x_1(t)&=\frac{F_a}{2(m_1+m_2)}\{-(t-2aT_2)^2+2(aT_2)^2\}\\&\quad+\frac{m_2^2F_a}{k(m_1+m_2)^2}\{2\cos\omega_2(t-aT_2)-\cos\omega_2t-1\}\\x_2(t)&=\frac{F_a}{2(m_1+m_2)}\{-(t-2aT_2)^2+2(aT_2)^2\}\\&\quad-\frac{m_1m_2F_a}{k(m_1+m_2)^2}\{2\cos\omega_2(t-aT_2)-\cos\omega_2t-1\}\end{aligned}$$

(iii) $t \geq 2aT_2$ のとき

$$
\begin{aligned}
x_1(t) &= \frac{F_a}{(m_1+m_2)}(aT_2)^2 \\
&\quad + \frac{m_2^2 F_a}{k(m_1+m_2)^2}\{2\cos\omega_2(t-aT_2) - \cos\omega_2 t - \cos\omega_2(t-2aT_2)\} \\
x_2(t) &= \frac{F_a}{(m_1+m_2)}(aT_2)^2 \\
&\quad - \frac{m_1 m_2 F_a}{k(m_1+m_2)^2}\{2\cos\omega_2(t-aT_2) - \cos\omega_2 t - \cos\omega_2(t-2aT_2)\}
\end{aligned}
$$

7 章 4

$$
\begin{aligned}
m_1 &= 1.0 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg} \\
m_2 &= 5.0 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg} \\
k &= 5.26 \times 10^{5}\ \mathrm{N/m}
\end{aligned}
$$

7 章 5

(1)

$$
\begin{aligned}
m_1\ddot{x}_1 + (k_1+k_3)x_1 - k_1x_2 - k_3x_3 = f \\
m_2\ddot{x}_2 - k_1x_1 + (k_1+k_2)x_2 - k_2x_3 = 0 \\
m_3\ddot{x}_3 - k_3x_1 - k_2x_2 + (k_2+k_3)x_3 = 0
\end{aligned}
$$

(2)

$$
\omega_1 = 0, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{2k}{m}}, \quad \omega_3 = \sqrt{\frac{5k}{m}}
$$

(3)

(i) 固有値 $\lambda_1 = 0$ に対応した固有ベクトル

$$
\boldsymbol{v}_1 = \left\{ \begin{array}{c} \frac{1}{2\sqrt{m}} \\ \frac{1}{2\sqrt{m}} \\ \frac{1}{2\sqrt{m}} \end{array} \right\}
$$

(ii) 固有値 $\lambda_2 = \frac{2k}{m}$ に対応した固有ベクトル

$$
\boldsymbol{v}_2 = \left\{ \begin{array}{c} \frac{1}{2\sqrt{m}} \\ \frac{1}{2\sqrt{m}} \\ -\frac{1}{2\sqrt{m}} \end{array} \right\}
$$

(iii) 固有値 $\lambda_3 = \frac{5k}{m}$ に対応した固有ベクトル

$$\boldsymbol{v}_2 = \left\{ \begin{array}{c} \frac{1}{\sqrt{2m}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2m}} \\ 0 \end{array} \right\}$$