演習問題解答 (第 6 章)

6.1 (6.17) は

$$S(s)^{-1} = I + C(sI - A)^{-1}BK(s)$$

と表わされる．これより

$$\begin{aligned} S(s)^{-1}C &= C\bigl(I + (sI - A)^{-1}BK(s)C\bigr) \\ &= C(sI - A)^{-1}\bigl(sI - A + BK(s)C\bigr) \end{aligned}$$

両辺に $(sI - A + BK(s)C)^{-1}BK(s)$ を右からかけると

$$S(s)^{-1}C\bigl(sI - A + BK(s)C\bigr)^{-1}BK(s) = S(s)^{-1} - I$$

両辺に $S(s)$ を左からかけると証明すべき式を作る．

6.2 省略

6.3 省略

6.4 $s = \gamma + \rho e^{j\phi}$ とおき

$$1 + k\frac{(s - z_1)(s - z_2)\cdots(z - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2)\cdots(s - p_n)} = 0$$

が $k \to \infty$ で成り立つように γ と ϕ を決めるように選ぶと (6.46)(6.47) 式が得られる．

6.5 省略

6.6 省略

6.7 省略

6.8 $\alpha = 8,\ \beta = -2.5,\ \gamma = 5$

6.9 状態空間表現は

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$K = \begin{bmatrix} 0 & -8 \end{bmatrix}$, $L = \begin{bmatrix} -10 & -26 \end{bmatrix}^T$ とおくと

$$\begin{bmatrix} M(s) & X(s) \\ N(s) & Y(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{s^2+4s+3} \begin{bmatrix} s^2-4s+3 & 8(-26s+30) \\ s-2 & s^2+10s-159 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_1(s) & Y_1(s) \\ -N_1(s) & M_1(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{s^2+2s+1} \begin{bmatrix} s^2-10s-159 & 8(26s-30) \\ -s+2 & s^2-4s+3 \end{bmatrix}$$

安定化器は

$$K(s) = -\frac{(s^2-4s+3)Q(s)+8(-26s+30)}{(s-2)Q(s)+s^2+10s-159} \quad Q(s); \text{安定系}$$

制御器を $K(s) = R(s)/P(s)$ とおくと閉ループ系の特性多項式は

$$f(s) = (s-1)(s-3)P(s) + (s-2)R(s)$$

$P(s)$ は安定多項式とすると $P(2) > 0$ であるから $f(2) < 0$. 従って $f(s)$ は安定ではあり得ない.

6.10 (6.57) 式の状態空間表現は

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ k_1 & k_2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

リャプノフ方程式

$$PA + A^T P = -C^T C$$

の解 P に対して (6.62) 式は

$$J[u] = \begin{bmatrix} y_0 & \dot{y}_0 \end{bmatrix} P \begin{bmatrix} y_0 \\ \dot{y}_0 \end{bmatrix}$$

で得られる.

6.11 (i)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -D/J \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/J \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

(ii) $Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix}$, $R = 1$ として 6.4.2 の結果を用いる.

(iii) 行列

$$H = \begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -C^T QC & -A^T \end{bmatrix}$$

の固有値で実部が負のものが閉ループ極となる.

6.12 省略