

特集 / 差分学の世紀

差分学の世紀

広 田 良 吾

1. 差分学事始め

全く新しいことを始めようと思いがけないことに出会う。

1.1 差分に対する常識

1976 年のある日、一人の学生が研究室に訪ねてきて、「自分は数学の知識が乏しいが、自分でもやれるような研究テーマがないでしょうか？」と質問した。ちょうど差分学の構想を練っていたときだったので、「差分というものがある。予備知識はいらない。微分・積分より簡単で和・差・積・商の四則演算だけで数学を構成しようと思っている」と答えたら、その学生は怒って突然部屋を出て行ってしまいました。理由はいまでもよく分からない。多分、四則演算だけでまともな数学が構成できるわけがないと思ったのでしょう。

孤立無援です。一人で始めるよりしかたがない。

1.2 挫折

岩波の数学公式 III の初めのページを眺めると特殊関数の系統図というのがあって一番左下に選点直交多項式というのが目に付く。選点というからには差分空間で定義された多項式に違いない。この多項式が満たす差分方程式があるに違いない！その当時開発された数式処理システム (Reduce) を駆使して、試行錯誤的に差分方程式を探しまし

た。選点直交多項式は差分化された Legendre の微分方程式を満たすのです。この発見に勇気を得て系統図に出ている特殊関数の差分化に次々と成功しました。

これらの結果は未発表で、数理解析研究所講究録「数式処理の研究と応用」に日本語で書いていただけたのに、ある日突然 Askey という人から手紙がきてお前がやっていることは面白いと思うが、あまりにも Classical results の勉強不足である、と注意されました。

勉強しないのは私のやり方で、最初から本や論文で勉強するとそこにある結果に圧倒されて自分を見失うからです。自分流にやれるところまでやってどうしても前へ進めなくなったとき、他人の結果を勉強したいと思っていたのです。Askey の手紙でこの分野は未開の地でないことを知り研究を中止しました。

2. 厳密解をもつ非線形偏微分方程式の差分化

その当時非線形差分方程式で厳密解が求まっているのは (筆者の知識では) Riccati 方程式だけです。非線形偏差分方程式の厳密解を求めるのは誰も踏み込んだことのない未開の分野に違いない。しかし問題はどのようにして厳密解をもつ非線形