

特集 / モジュライの広がり

物理学から幾何学へ

モジュライと径路積分

中村 郁

1. 八重洲口, 3月

2005年3月末, 八重洲口の近くで大学1年のクラス会があった。久しぶりに東京に出た私のために, 友人数人がわざわざ集まってくれたのである。会社の社長もいれば, 大学卒業後もう一度大学に入り直して医者になったのもいる。卒業後すでに35年も経っている。私は理学部に進み数学を続けたが, 集まった友人の大半は工学部に進んでいた。しかし, 久しぶりに話して強く感じたことは, 分野も職業も違ってはいるが, みんな若いころと少しも変わらない知的好奇心を持ち続けていることであった。私が話したのは, 宇宙の次元は10か26かもしれない, もし10だとすると, 数学的にはすごく面白いのだ, というようなことであった。この特集記事の序文のようなものである。ここでは, その友人の顔を思い浮かべながら筆を進めたいと思う。Dさん, 執筆者の皆さんは一生懸命書いていますから, 「かざっ読」なんて言わないで読んで下さいね。

2. モジュライとは何か

近年, 理論物理学と数学, とりわけ, 数学の中

でも代数幾何学や微分幾何学との親密さが著しい。アインシュタインの一般相対性理論が, すでにリーマン幾何学の一つの顕著な実例を提供しているという歴史を振り返れば, それはさほど不思議なことではないかもしれない。理論物理学と数学は元来似たものである。少なくとも17世紀ニュートンにまで遡れば, 特に数学と物理学を区別する必要もない。当時のもっとも先鋭的な数学的手段は物理学から生まれたのだ。しかし現在では, 学問の細分化などと言うまでもなく, 数学と物理学はすでに大きく隔たっている。そのような現代にあって, Penroseのツイスター理論に始まる最近20年間の物理学と数学の接近は, とりわけ数学者にとって, 数学の実在感・現実感を確認するという意味で極めて魅力的なものであった。と同時に, 同じ数学的対象を全く異なる座標軸で論ずるその視点の新鮮さにも, 心躍るものがあった。

今回の特集では, 物理学と幾何学, 特にモジュライとの関わりに焦点を絞る。小論では, まずモジュライとは何か, どういうことを問題にするのか, を説明したい。次に, 物理学がなぜモジュライに関わりを持つのかを説明したい。

一口で言えば, モジュライとは「幾何学的な対象の変化の様子」である。変化を記述するパラメーター空間を「モジュライ空間」と言う。数学ではしばしば, 与えられた幾何学的な対象のあり得る