

特集／対称性とは何か

対称性とは何か

風 間 洋 一

1. 対称性とは何か

不思議なことだが、「対称性」というものは誰にでもわかる非常に直観的な事柄でありながら、その内容や何に役立つのかというようなことは、大学に入るまでは全くといってよいほど教わらない。算数や数学で円が出てきても、もっぱら周の長さや面積の計算、あるいは円周角の性質などに終始して、円の対称性そのものを論ずる教師はおそらくいない。他の教科でも、わずかに美術の時間に構図に対称性があるとか対称性を壊しているからむしろ美的に感ずるのだとかいう大ざっぱな（実はよくわからない）講釈がなされるのみである。むしろ日常生活を営む上ではそれで一向差し支えはなく、ときに対称性を利用したりアンバランスを演出したりして「センス」を磨けばそれで済むのだが、いったいなぜ「対称性」の話が初等中等教育から欠落しているのだろうか。

それにはいくつかの理由がある。その第一は、対称性の概念の本質が高度に抽象的（それゆえ普遍的）であるからである。円や鏡像を見たときに我々が感ずる「対称性」の印象を少し分析してみればわかるように、対称性の本質は、「対象にある操作を施したときに対象の持つ何らかの性質が不変であること」に存する。この意味で「対称性」は

「不変性」と同義なのだが、この概念は明らかに、(A) 対象が何であるか、(B) どのような操作か、そして (C) 何が変わらないのか、という3つの要素からなる。円の場合には、(A) はある点（中心）から等距離にある平面上のすべての点の集合、(B) は中心のまわりの一様な回転、そして (C) は (A) で定義した集合としての同一性である。そんなに堅苦しく言わなくてもよいではないかと思われるかもしれないが、こうして「対称性」の三要素を抽象してはっきりと捉えることによって初めて、この概念がいかに強力で広範な応用を持ち得るものであるかを理解することができるのである。

例えば、(A) として一塊の粘土を、(B) としてそれをこね回す操作を考えてみよう。この結果粘土の塊は様々にその形を変えてしまうから、一見ここには何の不変性も（したがって対称性も）あり得ないように思われる。しかし、我々は (C) として何を考えるかをまだ決めていない。また (B) の操作としてどの程度こね回すかの正確な指定もしていない。そこで、粘土に新たな穴が空かない程度にしかこね回してはならないとしてみよう。すると初めから塊に穴が空いていようがまいが、その穴の数はこの操作では変わらないことになる。したがってもし (C) として穴の数という性質のみに着目することにすれば、ここに一つの対称性（不変性）が出現する。これは連続変形に対する位相