February 2007 MATHEMATICAL SCIENCES Number 524



# ランダム行列百花繚乱

永尾　太郎

## 1. まえがき

ランダム行列（Random Matrix）は，20 世紀初めの Wishart らによる数理統計学の研究に起源をもち[1]，1950 年代に Wigner が原子核物理学に転用してから[2] 理論物理学の研究対象として注目されるようになった[3]．特に，スピングラスやメソスコピック系の物性物理に応用されたことを転機に，場の理論的な方法による微視的な解析が展開され，電子輸送を中心に実験的な検証も進んだ[4~6]．また，格子ゲージ理論における Dirac 演算子のスペクトルを再現することも示され[7]，量子カオス系のエネルギー準位分布を再現することから半古典量子論との関係も研究されている[8]．

一方，数学においては，Riemann ゼータ関数のゼロ点分布を再現すること[9]，パンルヴェ方程式などの非線形微分方程式の解に関係すること[10]，置換とそれに対応するヤング図形の統計的振舞いの解析に役立つこと[11]，さらに，非可換確率論（自由確率論）における確率変数を漸近的に実現すること[12]など，ランダム行列についての新しい事実が次々と発見され，予想を超える進展がもたらされた．

また，ランダム行列は，May によって生物の種間相互作用を表すために使われて以来，生態系のダイナミクスの理想化されたモデルを与え[13]，金融工学における金融相関行列のモデルになることもわかっている[14]．さらに，Erdös らによって始められたランダムグラフの研究[16]との合流により，複雑ネットワークのモデルとしても現れる[15]など，ランダム行列の応用範囲はとどまるところを知らず広がり続けている．

このような流れに呼応してか，数学者の登場するハリウッド映画の台詞に Random Matrices という言葉が現れるなど，学術用語としての知名度も上がっているようである[17]．今回の特集は，このように百花繚乱の有様となっているランダム行列の特に応用面について，様々な分野の専門家による解説を提供することを目的としている．この総説では，ランダム行列とは何であるかを説明することから始め，その後で，最近の応用研究を展望しよう．

## 2. ランダム行列入門

ランダム行列とは，行列要素が確率分布関数

$$P(M)\mathrm{d}\mu(M)$$

にしたがって分布する行列 $M$ のことである．ここで，$\mathrm{d}\mu(M)$ は行列要素に対して定められた測度