

特集／現代数学はいかに使われているか [代数編]

現代数学が繰り広げる世界

(代) 数学はいかに使われているか

中 村 郁

1. はじめに

現代社会の中で数学は、どのように使われているか？ これは、数学を学ぼうとする人々が等しく疑問に思うことであるだろう。「いや、面白くてそれで十分だ」と思ってくださる方は、そのままでもいい。「面白い」というのは学問の重要な要素である。しかし、数学を教える立場の人の中には、「何で数学なんか、勉強しなきゃいけないんですか？僕は数学なんかいきりません」という反発に出会ったことのある人もいるだろう。「教える」ということは、本来学ぶ意味の(基本的な)説明も含まれていると解すべきである。しかし、実のところ、数学者でも、どこにどう使われているか、すべてよく知っているわけではない。

筆者は最近、線形代数の教科書を執筆し、その中でいくつか線形代数の応用についても述べた。量子力学から題材を引いたり、マルコフ連鎖の例を挙げた。例えば、シャーレの中に2種類の細菌 A, B があり、それぞれの細菌が毎秒1回変化して、また細菌 A, B を生成する。細菌 A はその70%が A になり、30%が B になる。細菌 B はその40%が A になり、60%が B になる。(こんなことが実現できるかどうか知りませんが) 総量 $A+B$ は変化しないものとする。シャーレを

数日間放置したら、その中の細菌 A, B の割合はどうなっているか？ これはマルコフ連鎖の一番簡単な例である。

最初の時点での A, B の量を A_0, B_0 とする。そうすると、1秒後の A, B の量 A_1, B_1 はそれぞれ

$$A_1 = 0.7A_0 + 0.4B_0, \quad B_1 = 0.3A_0 + 0.6B_0$$

となる。2秒後には

$$A_2 = 0.7A_1 + 0.4B_1, \quad B_2 = 0.3A_1 + 0.6B_1$$

となる。行列を使って表せば、

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.4 \\ 0.3 & 0.6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \end{bmatrix}$$

となる。これを無限回繰り返すと(収束は仮定しておくが) 答えが求まる。

$$\begin{bmatrix} A_\infty \\ B_\infty \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.4 \\ 0.3 & 0.6 \end{bmatrix}^\infty \begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \end{bmatrix}.$$

行列 P を

$$P = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.4 \\ 0.3 & 0.6 \end{bmatrix}$$

とする。このとき、

$$P \begin{bmatrix} A_\infty \\ B_\infty \end{bmatrix} = P^{\infty+1} \begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_\infty \\ B_\infty \end{bmatrix}$$