

特集／量子力学の数学的技法

量子的数学の発展

河東 泰之

量子力学はもちろん物理学の理論であるが、当初から新しい種類の数学を必要としていることが明らかであった。行列や関数空間の話と関連していることは比較的すぐに認識されたが、当時の数学の水準を超える高度の理論を発展させなければならぬことも明らかであった。例えばフォン・ノイマンの著書『量子力学の数学的基礎』はその一例として大変有名である。

数学的な立場からは、数の代わりに作用素（演算子）を考えると言うことが最も基本的な変更点だが、作用素、特に非有界作用素の理論はかなり微妙なところがあり、初等的、直感的な取扱いに頼っているとすぐに間違いに導かれる。それをきちんと扱うのが関数解析学であるが、当時は未開拓な分野であり、多くの基本的な問題が認識されていなかった。その後、フォン・ノイマン自身も含めた多くの数学者、数理論物理学者の努力によって基本的な部分は確立した理論ができていますが、これから解決すべき問題もまだまだ多い。私自身の研究している作用素環論もこのような流れで出てきた研究テーマの一つである。

また当初から、微分方程式を扱うことは関数解析学の大きな目的であったが、こちらにおいても目覚ましい発展をとげて現在に至っている。この方面の話題でも、量子力学と数学は様々な関係があり、現在でも双方向に影響を与え合って興味深い進展を続けている。

また、物理的立場からはさらに発展した形とし

て、場の量子論を考える必要があるが、こちらはさらに高度の数学が必要であり、現在でも満足すべき完成形には程遠い状態にある。これについては様々な研究者が大変多くのアプローチを研究しており、我々が生きている間に研究テーマが尽きることはないであろう。

一方、幾何学も時空の構造の研究を通じて物理学との関係を深めており、特に現代では超弦理論を通じて量子力学との相互作用は強くなる一方である。1980年代にこのような傾向は一気に深まり、代数幾何学や整数論も含め、昔はあまり物理学や量子力学と関係が深いとは思われていなかったテーマにまで、様々な影響が及んでいる。今後ともこの傾向は強くなる一方であろう。

さらに最近では量子情報理論が大きく発展しており、ここにも多くの自然で重要な数学的問題がある。量子計算機、量子暗号などは実用上も大きな期待のある研究テーマなので、工学的な研究者も含め、世界中で多くの研究がなされているが、純粹に数学的な問題もまた数多い。

このように、現在では量子力学と関係の薄い数学の研究テーマを探さほうが困難な状況になっている。本特集では、量子力学と数学の関係としては、比較的古くからある話題から、現在の話題まで、多くのものを取り上げた。興味を持っていただける方を増やすことに貢献できれば幸いである。

(かわひがし・やすゆき、東京大学大学院数理科学研究科)