

特集／数学と物理における格子

数学と物理における格子

薩摩 順吉

広辞苑によれば、格子の最初の項に、「細い角材を縦横、あるいはそのどちらかの方向に間をすかして組んだもの。窓に付ける。また、出入り口に取り付ける格子に組んだ建具。」と書かれている。また、Wikipediaでは、「格子(こうし, 英語: lattice)は周期的に並んだ区切り, 仕切りのこと。格子戸, 鉄格子などとして一般的にも使われる。」となっている。いずれにせよ、整然とした形状のものを指す言葉である。

理学において、古くから水晶などの結晶格子の形が調べられていたが、あくまでも鉱物学としての対象であった。初期の数理的な取扱いで著名なのは、「結晶学の父」と呼ばれるアユイの研究である。18世紀の後半、彼は、結晶面の寸法に関して整数比が成り立つという「有理指数の法則」を提唱し、結晶は小さなユニットの繰り返しでできていると主張した。

その後の仕事で重要なのは、藤原氏・砂田氏の文で紹介されているフランスの数学者ブラベーのものである。19世紀半ば、彼はすべての結晶が14種の空間格子に分類されることを明らかにした。以降、数理的研究が進展することになる。

20世紀に入ると、さまざまな実験が可能となり、結晶の構造が目に見えるようになった。とくに、X線を用いたラウエの実験は有名である。彼はX線が結晶で回折され、特有のパターン(ラウエの斑

点)を生じることを明らかにした。この研究は、原子の空間配置を決定するのにも応用される。

20世紀後半におけるコンピュータの登場により、結晶の構造はより詳しく調べられるようになった。準結晶の発見や、結晶中の電子の振舞いの理解など、物性物理学の新しい展開が見られるようになる。これらの内容については、藤原氏・常次氏の文で紹介されている。両氏が指摘しているように、結晶群などを用いた代数的な取扱いが、結晶の理解にきわめて有用である。それだけではない。結晶の数理的構造の追求から、新しい数学的研究も生み出される。砂田氏が紹介しているように、グラフ理論を用いた現代結晶学が、代数幾何学の離散的類似と密接に関係していることが分かってきたのもその1例である。

コンピュータの実用化は、結晶の理解にとどまらず、カオス・フラクタル・ソリトンといった数理物理学上の重要な概念も生み出した。筆者が研究対象の1つとしてきた無限次元非線形可積分系理論の始まりは、非線形偏微分方程式のコンピュータによる数値計算にある。ソリトンと名付けられた安定な非線形パルスがコンピュータ上で発見されたのである。その後、そうした解の存在は方程式のもつ高い対称性に帰因することが示され、ソリトン方程式と総称される非線形偏微分方程式群が見出される。さらにその後の研究の中で、方程