

MATHEMATICAL SCIENCES

June 2013

Number 600

特集／発展する統計力学

発展する統計力学

宮 下 精 二

統計力学は、多数の自由度からなる系が示す集団運動を明らかにする分野であり、力学、量子力学など物理の基礎法則に関するものではなく、少し取り付きにくいものである。その背景には熱力学があり、狭義にはそこでの状態方程式（系の固有の性質を表す熱力学的な量の関係）を導くものである。そこでは、温度という特殊な概念が現れる。それは状態の集団としての分布を特徴付ける性質であり、エントロピーという特異な量とセットで定義される。しかし、統計力学の興味は、必ずしもそれに止まらず、多数の自由度をもつ系が織りなす集団協力現象一般に進んでいる。

統計力学の興味はあり方と特徴として普遍性の追求があると考えられる。個々の現象の中に普遍的な特徴を見出し、それをモデルとして表し、その機構によって多くの現象を普遍的に説明することを目指している。そのため、対象は多岐にわたり、元々の自然現象、特に物質の熱力学的な性質としての相転移などから、宇宙現象、経済現象、生態現象などに広がっている。一番典型的な例としてイジング模型がある。このモデルは、磁性体のみならず、二元合金、さらにはスピンクロスオーバー系など、2状態からなる系一般のモデルであり、さらに存在・非存在の2状態からなる系としての格子気体モデルとして気相・液相相転移現象のモデルとなることはよく知られている。平衡系の統計

力学の方法論は基本的には、分配関数の計算であり、どのように足し算をうまくやるかの問題である。そのための数理物理学的方法の開発も統計力学の重要な一部である。分子場近似、級数展開、厳密解、厳密な関係式の方法、繰り込み群、数値計算など多くの方法が開発されてきた。特に、オンサーバーの2次元イジング模型の厳密解によってギブス流の統計力学で相転移現象が取り扱えることが示されて以来、厳密解は、可解模型の問題として数学的定式化が進み、数理物理学の重要な分野になっている。また、相転移の分類は共形場理論による分類などによって臨界状態の構造の分類が注目された。他にも、量子系の基底状態の分類は、次元が1大きな古典系の相転移と等価な問題であり、直接温度は関係ないが統計力学の問題として、いわゆる量子スピン系の問題として研究が進められてきている。これらの研究によって、様々なタイプの臨界現象が明らかになった。また、フラストレーションや量子効果、ランダムネス、長距離力など様々な効果でいろいろなタイプの相転移の研究も進んでいる。

また、熱力学の第二法則は、熱は温度が高いところから低いところに流れるということは規定しているが、どのように流れるかについては明らかにしていない。そのため、なぜ統計力学的状態が実現するのか、そのためにはどのような条件が系