

特集／群と物理学

## 物理における群の重要性

川村 嘉春

今回の特集は「群と物理学」である。ここで、「群」とは次の性質を満たす「もの」の集合のことである（群が抽象的な概念であることを理解してもらうためにあえて記載した）。

- (1) 集合  $G$  の任意の元（要素） $g, h$  に対して、 $G$  の元を一意的に定める規則（ $G$  の積あるいは合成と呼び、 $gh$  と書く）が与えられている。
- (2)  $G$  の積に関して、結合則  $(gh)k = g(hk)$  が成り立つ。
- (3) 任意の元  $g$  に対して、 $ge = eg = g$  を満たす元  $e$  が1つ存在し、単位元と呼ばれる。
- (4) 任意の元  $g$  に対して、 $gg^{-1} = g^{-1}g = e$  を満たす元  $g^{-1}$  が1つ存在し、 $g$  の逆元と呼ばれる。

「群」の持つ代数的構造、群および群の表現の分類などを論ずる数学の分野が「群論」で、物理学において重要な道具として広く用いられる。その理由は主に群の抽象性に起因する（群論において「もの」が特定されていないことに注目してほしい）。抽象的な概念は一般性や普遍性を有するため、応用範囲が広く、物理法則とその背後にある概念・原理を理解する上で切り札のような働きを果たす。群論の場合、その代数構造が物理を知る上で魔法の杖のような威力を持っている。

もう少し踏み込もう。物理法則を解明するために、物理系（簡単のため系と呼ぶこともある）の性質を知る必要がある。その常套手段は、系に対して「働きかけ」をして系の変化の様子を調べることである。これ以降、「働きかけ」を「変換」と呼ぶことにする。「変換」が群を成す場合、群論の手法を活用することができる。つまり、物理学において、「群」を成す「もの」は多くの場合、「変換」を指し、変換を受ける「対象」は物理系である。さらに、物理系は様々な構成要素（時空、物質、状態、物理量など）から成る。このように「もの」（「変換」）および「それに付随するもの」（「物理系」）を特定することにより、「群」が身近なものになる。

「変換」に対して、系が変化を受けない場合に注目しよう。この場合、系は「対称性」（あるいは「不変性」）を有すると言う。一般に、群を成す一連の変換の下で系が不変に保たれる場合、一定に保たれる物理量（「保存量」と呼ばれる）が存在し、それらが群（の表現）の元になり、さらに変換を生成する役割を果たすことが知られている。

変換を受ける「対象」に応じて物理系の構成要素を分類してみよう。分類の仕方は一意的ではなく、本特集の内容に絡めたものを選ぶことにする。各解説の内容紹介を含めて、構成要素のプロフィールを簡単に記載する。