

特集／数学と物理における空間概念

空間からみる数学と物理

河野 俊 丈

1. 空間認識の歴史

空間概念をどうとらえるかは、幾何学の大きな問題である。紀元前3, 4世紀頃、ユークリッドによって書かれた『原論』では、幾何学の体系が、平面上の「点」と「直線」を出発点として、それらの間に成り立つ公理によって展開されている。ユークリッドについては詳しい生涯は明らかではないが、プトレマイオス1世の時代(紀元前323年-283年)にアレクサンドリアで活動したといわれている。『原論』における幾何学の公理は5つの公準からなっているが、それらには、「直線はどちらの側にも限りなくのばすことができる」などが含まれている。5つの公準の中に「第5公準」とよばれるものがあり、それは、次のように述べられる。

「2直線と交わる1本の直線が同じ側につくる内角の和が2直角よりも小さいならば、2直線をその側にのばせば、どこかで交わる。」

第5公準は平行線の一意存在と同値であるが、他の公準と比べると、複雑な形をしてる。第5公準は他の公準から証明できるのではないかと、長い間考えられていて、証明の試みがなされてきた。ユークリッド幾何学の公理から、三角形の内角の和が180度であることが導かれる。18世紀には、サッケリー、ランベルトらによって、第5公準を否定すると、どのような結論が見出されるかを考察し

たが、結局、矛盾を導き出すことはできなかった。

1820年代から30年代にかけて、ロバチェフスキーとボヤイによって、第5公準が成立しない幾何学体系が可能であることが示された。これは、三角形の内角の和が180度よりも小さい幾何学であり、このような幾何学は非ユークリッド幾何学とよばれる。

ガウスも、ベッセル宛の書簡などによると、長年にわたって非ユークリッド幾何学の研究を独自に行っていたが、それを公表することはなかった。ガウスは、3つの山の頂を結ぶ三角形の辺の長さや角度を測量し、ユークリッド幾何学の公理が成り立っているかどうかを検証しようとしたといわれている。当然のことながら、当時の測量の精度では、決定的な結論は得られなかったが、幾何学の体系には、ユークリッド幾何学以外のものも存在し、我々がすんでいる空間がどのような幾何学を選んでいるかは、数学的に証明できる問題ではなく、実測してみなければ分からないという認識は、大きな転換であった。

2. 空間を測る

再び、古代ギリシャにもどり、先人たちが我々のすんでいる空間をどのように測っていたかを見てみよう。古代ギリシャでは、大地は球形であるということが、広く受け入れられていたようである。船が遠方から近づくと、まずマストから見