MATHEMATICAL SCIENCES
August 2014 Number 614

特集／ベクトル解析の力

巻頭言

二木 昭人

大学1年生の理系の数学教育の2本の柱は微分積分学と線形代数学である．それぞれを通年で学習した後，その後に続くものは，微分積分学においてはベクトル解析であり，線形代数学においてはジョルダン標準形である．私が勤める東京大学ではこれらは2年生の夏学期に教養学部の選択科目として教える．2年前まで勤めていた東京工業大学では数学科2年生には教えていた．

この数学教育のカリキュラムでは1年次教育においてすでに物理学の授業で用いる数学に追いついていない．実際，1年生の電磁気学では高級なベクトル解析を早いうちに使う．1年生の数学の授業で講義室に行くと，前の授業で物理の先生が書いた板書が消されずに残っていて，そこで使っている式は今これからやろうとしている数学の授業内容よりずっと先を行っていて，焦りを感ずることがよくある．

2年次以降の専門教育の先生たちからも1年次数学教育の内容には不満の声が聞こえてくる．東京工業大学においては毎年4月に工学部と数学専攻の教員で懇談会を開き，1年次数学教育のあり方についての意見交換を行っていた（今も続いていると思う）．工学部の要望に応えるべく，いろいろなアイデアを出し合っていたが，決定打というものは見出し難いように思われた．そもそも数学は諸科学を記述する言葉であり，基礎理論である．多岐に渡る諸科学のそれぞれにおいて，これだけの数学的知識があれば十分というパッケージがあるわけではない．少し違うテーマに踏み出すと，また学部生のような気持ちになって初歩から勉強し直さなければならないのは，数学を専門にするものにとっても同じであり，避けることは難しい．多くの場合，出来合いの数学では足りず，その時その時に必要な理論を自分で構成するのが数学の理論である．これはおそらくもの作りの工学的創造性と同じではないかと思う．

さて，ここでのテーマはベクトル解析である．ベクトル解析というのは空間内で滑らかに変化するベクトル値関数，ベクトル場，の微分積分学である．ベクトルを取り扱うので線形代数も援用する．3次元空間の座標を (x,y,z) とすると，ベクトル値関数は $(A(x,y,z),B(x,y,z),C(x,y,z))$ と表される．ここに $A(x,y,z)$ は x, y, z に関する滑らかな関数であり，$B(x,y,z)$, $C(x,y,z)$ についても同様である．例えば川の流れを考え，各点での川の流れの速度ベクトルを考えたものがそのようなものである．もっとも，川の流れは時間 t と共に変化するから $A(x,y,z,t)$ のように4変数と考えるべきかもしれないが，ここでは簡単のため，t には依存しない場合を考えよう．関数 $\varphi(x,y,z)$ の勾配 $(\varphi_x,\varphi_y,\varphi_z)$ はベクトル場とみなせる．その発散はラプラシアン $\Delta\varphi$ であり，回転を取ると