October 2014 MATHEMATICAL SCIENCES Number 616

特集／複素解析の視点

# 複素解析の魔力

大沢 健夫

この原稿の締切が気になり出した6月の上旬，ドイツのマールブルク大学で複素幾何の研究集会に参加しました．主催者はこの学期で定年退職するG.シューマッハー教授で，彼を囲んで旧交を温め合う，小ぢんまりとした集会でした．シューマッハー氏は，かつてH.ベンケが多変数複素解析の学派を築いたミュンスター大学で，有名なR.レンメルトの下で学位を取得後，主に複素多様体の変形を微分幾何的方法で研究してきた人です．研究集会の内容はそれに沿ったものだったのですが，本特集の8つの記事のことも気に懸かっていた筆者の耳に残ったことを，なるべくこの特集に関連する範囲でご報告したいと思います．

最初の講演をしたのはT.ペーターネル氏（バイロイト大）で，複素代数幾何において広中の特異点解消理論以後の中心的な成果である森理論（森重文氏による）を，複素トーラスを含む広い範囲へと拡張しようという話でした．森理論は代数多様体の分類理論の最先端を切り開いたわけですが，円や楕円の幾何学からそこまでの道筋を，辻元氏の解説は香気豊かに伝えています．ペーターネル氏はゲッチンゲン大学でH.グラウエルトの下で学位を取りました．グラウエルトとレンメルトはベンケの弟子なので，ペーターネル氏とシューマッハー氏は学問的にはいとこどうしということになります．一日目の最後の講演者は，やはりグラウエルトの弟子のG.デトロフ氏（ブレスト大）でした．デトロフ氏の話は極小曲面についてのもので，ガウス写像の性質を複素解析的方法で調べるというものでした．極小曲面の法線方向がコーシー・リーマン方程式で縛られるということから，値分布論を用いて興味深い結果が得られます．基本は平均曲率が0という条件がコーシー・リーマン方程式に他ならないという点です．宮岡礼子氏はこの分野で著名ですが，今回は特に3次元球面内の極小曲面の理論の広がりについても語っておられます．

コーシー・リーマン方程式を複素変数で書くと単に「微分可能」の意味になり，モレラの定理を経ればそれは「積分可能」と同義になります．高木貞治の『解析概論』で「驚嘆すべき朗かさ!」と謳われた部分です．そこを掘り下げて行くと「無限次元タイヒミュラー空間」という小宇宙の入口に達します．その雰囲気を藤川英華氏の解説で味わって下さい．

思い起こせば1989年，ルーマニアの首都ブカレストで開かれた複素解析の大研究集会がありました．日本からも筆者を含む多数の参加がありましたが，その開会の辞で「コーシー以来の伝統ある複素解析」という言葉を聞きました．今日の大学で，複素解析が微積分や線形代数と同様に理工系の学科で必修科目になっている背景には，「Gauss