

特集／力学系的思考法のすすめ

力学系の発想

西 浦 廉 政

予兆を感じるということが大切な時代に入ってきているようである。古くは星の動きや農作物の手入れに自然から予兆を察知し、備えることが重要であった。昨今は地震、台風、集中豪雨などの自然からの警告だけではなく、我々がこれまで作ったものの崩壊が始まり、社会インフラの危機が叫ばれている。しかしいずれも予兆を察知することは難しく、なすべきことは爆発的に増大しつつある。作ったものもいつかは壊れるのであるから、上手に壊れるように周りを整えてやるのが良いと思われる、その中から自然治癒的な発想も内発的に出てくる可能性もある。予兆は予測とは異なり、もう少し全体的感覚で捉えないと難しいのかもしれない。季節の到来の予兆を読んだ歌や詩は数え切れない。予測はもう少し限定的で、定量性と厳密性を要求される感がある。

さて数学においては、この予兆あるいは予測に深く関わる分野として、力学系理論というものがある。これは確率論や統計学とも関連するところも多く、工学、経済、生命科学と極めて幅広い応用をもつ分野であるが、一言で言うと離散あるいは連続の時間に相当するパラメータを有し、それに関する何らかの状態の発生、変遷、最終状態を記述しようというものである。時間微分をもつ微分方程式は基本的にこの範疇に入ってくる。出現と退去、言い換えれば去来するものを捉えようと

いう理論である。

考えている系のエネルギーや物質が保存されるか、散逸されるかで、力学系理論もハミルトニアンが定義できるような保存系とそうでない散逸系で大きく分かれ、その振舞いも異なってくる。本特集「力学系的思考法のすすめ」では、散逸系に主に焦点を当てることにする。注意すべきは、散逸系はエネルギーや物質が保存されない系であるが、単調にそれらが減衰し、最終的には死の世界に収束するという単純なものではない。むしろ逆であり、本特集にもあるように、多彩なダイナミクスを提示してくれるのである。すなわちここで扱う系は、物質やエネルギーの「流出入系」であり、そこで起きる変遷を見ようというものである。

流れの問題は古くて新しい問題であり、その変幻自在な動きは、レオナルド・ダ・ビンチが描く渦線のように複雑極まりない。ナビエ・ストークス方程式という流れの基礎方程式があるが、乱れの本質をそこから直接導くことは困難な課題であり、背後に潜む規則を探すために、例えばスケール則などのより統計的な手法が有効となる。しかし何とか扱いやすいモデルで理解できないだろうかという試みは多数ある。流れも粘性を含む散逸系であることに着目すると、本質的な自由度はそれほど多くはないのではという期待が出てくる。実際そのような思考法は有効であり、一つは流体モデ