

## 現象のモデル化と数理モデルの普遍性

佐野 雅己

自然現象は一見すると複雑である。しかし、複雑な中にもしばしば美しい規則が隠されている。その規則を発見することが自然科学の使命である。「自然は数学という言葉で書かれている。」とガリレオ・ガリレイが言ったように、自然の本質を表す法則は、数学で記述されると言ってもよいだろう。一方、自然現象を支配している規則には様々の階層がある。法則と呼ばれるものと、数理モデルの間にはどのような違いがあるだろうか。数理モデルは、現象を単純化して記述したもので、自然法則を表す基本方程式とは、異なると考えている人も多いのではないだろうか。しかし、現象を単純化してモデルにすることで、自然現象の本質をえぐり出し、場合によっては普遍的な法則の発見につながる場合もある。物質が異なっても、また、現象そのものが一見異なっても、次元や対称性が同じであれば、要素の数が膨大になると実験系の詳細やモデルの詳細によらず同じ法則に従う相転移現象などがその例である。数理モデルとその普遍性について、その背景と最近の発展を読者に知って頂きたいと考え、この特集を企画した。物質から生命現象、時には経済現象まで扱える数理モデルの面白さと意義の深さを感じて頂ければ企画した者として喜びである。

「振動・拡散と数理モデル」(北畑裕之)では、振動と拡散というどこにでも現れる基本的な事柄

について、初歩から最近の非線形反応拡散モデルまでを述べている。バネのモデルは、ニュートン力学における最も簡単な振動現象のモデルである。摩擦や粘性などの散逸がなければ、エネルギーを保存する系であり、振動は永遠に続く。一方、実際の振動には散逸が伴うため、振動はいつか止んでしまう。散逸のある系で振動が持続するとすれば、外部から何らかのエネルギー供給がなければいけない。そのような系は、非平衡開放系または散逸系と呼ばれ、生命現象を含む多くの自然現象は散逸系である。鼓動を続ける心臓やその構成要素である筋肉細胞は、散逸系の振動現象の典型である。散逸系の振動現象は、リミットサイクル振動と呼ばれ、初期値に依存せず、一定の振幅と振動数で振動する点で、保存系の振動現象とは異なっている。この解説では、ファン・デア・ポール振動子やブラッセレーターなどのモデルが紹介されている。これらの系において、物質の拡散を考慮すると反応拡散系と呼ばれる広い方程式のクラスが含まれ、渦巻き状や同心円状の振動パターンなど実験で観測される現象をよく再現する。また、渦巻き構造の運命や相互作用などは、数理モデルによって実験の予測が可能である。リミットサイクル振動子が多数集まった場合の引き込みの現象を表すモデルは、蔵本モデルと呼ばれるが、これについては、後述の内田就也氏の解説で詳しく述べ