

特集／物理学における数学的発想

物理学における数学的発想

伊 東 恵 一

数学と物理学の関係はほぼ言い尽くされていて、ニュートンが力学を創始するにあたり、微分積分学、そして微分方程式を作り、フォン・ノイマンが量子力学を基礎づけるために関数解析学を創始したということは、大学教育を通じて何の疑念もなく理解する。そして統計力学と確率論、量子力学と関数解析、相対性理論と幾何学、流体力学と非線形方程式などと数学的手法も含めて学んでいく。他方ファラディの電磁気学の論文には、数式が一つもないというのも神話のように教えられ、物理学は数学とは違うと感じている。

とはいうものの、現在のように数学と物理学が分離不可能というのが大げさともいえない形になったのはいつのことだろうか。1975年に京都大学で開かれた国際数理物理学学会 ($M \cap \Phi^{*1}$) の国際会議で J. Glimm 教授とともに構成的場の理論の創始者である、A. Jaffe 教授が幾分躁状態で、「今までは $M \cap \Phi$ であったがこれからは $M \cup \Phi$ だ」といわれたことを覚えている。

当時の構成的場の理論は関数解析と確率論のてんこ盛りで、やれやれと思って聞いていたけれど、振り返ってみれば、Jaffe 先生の思惑とは違う方向ではあるかもしれないが、正しかったかなと思う。当時は佐藤・三輪・神保理論や、A. Zamolodchikov たちの共形場理論の出る直前で、小さな理

論が関連なくある感じだったし、幾何学的アイデアは E. Witten の前だった。また繰りこみ理論を数学的に定式化でき、場の理論が構成できるという楽観的観測が主流だった。

しかし4次元のボソン場理論やゲージ場の数学的構成に失敗し、自然は一筋縄ではいかない、重力や発散を食い止めるには素朴(?)な推理では限界があるということが何となく感じられ、最近特に顕著になった人類に到達不可能な領域での理論の構築において、確たる推論の基礎を数学に求めることになったのは不思議ではない。数学者は物理学者とは違う。「数学者はどんなに奇妙な定義でも与えられれば、それに沿って論証する生き物」といつか聞いたことがある。なるほど人跡未踏の領域で自然を研究するには、いかなる先入観も不要で、純粋な数理論理のみが必要なかもしれない。

しかしペレルマンが2次元統計力学モデルの繰りこみ群方程式がリッチフローであることから着想を得て、ポアンカレ予想の証明を与えたことも記憶に新しい。物理学では新しい現象を前にして、明確な定義を与えることが難しい、あるいはそれ自体が問題のこともある。

少し前、ダイソン先生は短文¹⁾の中で、学者には「カエル」と「鳥」という2種類があって、俯瞰的に全体を見渡せるのが「鳥」で、計算を重ねて細部を見るのが「カエル」で、ダイソン先生はご自身を「カエル」だと言っていた。ダイソン先生が

*1) 正式名称は International Association of Mathematical Physics. Φ はロシア語の物理学の頭文字。