

特集／摂動論を考える

摂動論の現代的意義

坂井 典 佑

1. 摂動論とは何か

物理学では観測結果から発見した法則性を数式化し、その理論計算から得られる新たな自然現象の予言を検証する。この実験と理論の間の行き来を通じて物理学が発展する。ここに物理学の醍醐味がある。しかし、自然現象は実に奥深く複雑である。具体的に計算して結果が厳密に得られる問題は極めて限られている。

リングが落下する原因となる重力とその力学の法則性が、天体の運行もつかさどっていることを見抜いたのは、ニュートンの実に偉大な発見であった。太陽と地球の間の重力を理解すれば、微分方程式を厳密に解くことができ、地球が太陽の周りに（正確には両者の重心の周りに）楕円運動することが予言できる。水星、金星、火星、木星、土星、天王星などの惑星たちも地球と同じように、太陽との間に働く重力によって、太陽の周りにそれぞれが楕円運動する。この計算結果が見事に惑星の不思議な運行を説明したことで、地動説が正しいことが決定的になった。しかし、厳密には、小さいながらも惑星の間にも重力が働いている。したがって、観測結果を正確に再現するには、その惑星間の重力も考慮に入れなければならない。ただ、2つの天体の間の重力だけなら正確に解くこ

とができるが、3つまたはそれ以上になると、厳密には解けない。このようにごくありふれた問題でも、厳密な答えを得ることができないのが普通であり、厳密に解ける問題は自然界では極めてまれである。この場合、太陽からの重力に比べて惑星間の力は大変小さいので、惑星間重力の大きさを表すパラメーターを g とすると、この結合定数 g についてべき級数展開を行って惑星の軌道を計算することができる。このような微小な相互作用項を摂動と呼び、この方法を摂動論と呼ぶ。

詳しく天王星の運行を観測してみると、この摂動論の予言から少しずれていることが分かり、天王星の外側にさらに新しい惑星が存在することが予言された。新たな惑星が予言されたとおりの位置に1864年に発見され、海王星と名付けられた。これは天体力学での摂動論の成果として歴史的にも大変有名である。現代では、この惑星間重力を積極的に用いることによって、宇宙探索にも大きな成果をもたらしている。例えば、人工衛星で惑星間探査を行うには、種々の惑星からの引力を利用して振り子のように軌道を曲げ、適切な方向に進路を調節して探査目標に向けることが不可決の要素となっている。摂動論で精密に軌道が計算できることが、こうした宇宙探査技術の支えとなっている。天体力学での摂動論の意義は吉田氏の解説をご覧になって頂きたい。