MATHEMATICAL SCIENCES
June 2017 Number 648

特集／発展する微分幾何

巻頭言

宮岡 礼子

本特集で扱う幾何は，微分幾何，複素幾何，代数幾何，シンプレクティック幾何，離散幾何，粗幾何，情報幾何と多岐にわたります．若手の観点を重視して，著者のうち半数は将来を嘱望される若年研究者に執筆を依頼しました．期待通りご自身の研究を中心とした現在進行形の原稿をいただくことができました．もちろんベテラン研究者による記事も，より長期にわたる幾何の発展を視野に収めた示唆深い内容となっています．

テーマごとに少し紹介しましょう．

ケーラー–アインシュタイン（KE）計量の存在問題は古いのですが，非正曲率の場合に比べ，正曲率（ファノ）の場合には障害があり，複素2次元までは解決されましたが，複素3次元以上ではK安定性と定スカラー曲率計量の存在との関係に問題が発展しました．佐野友二氏はこれについて時系列で明解に解説しています．松島与三，二木昭人，満渕俊樹による欠くべからざる貢献を基礎に，最近Tianと，Chen–Donaldson–Sunが独立に，K安定性からKE計量の存在という，より困難な方向を証明して大きな話題になりました．この経緯，手法，背景が，微分幾何，代数幾何両方の視点から解説されています．ぜひ読んでいただきたい一編です．

赤穂まなぶ氏はフレアーによるアーノルド予想の解決をわかりやすく解説しています．ハミルトン方程式の周期解の個数を評価するこの予想を，可縮な周期解を生成元とするフレアーコンプレックスからフレアーホモロジーを導出することにより解決する道筋が述べられます．この予想はハミルトンイソトピーを通じてラグランジュ交叉数の評価に対応し，フレアーは先にこれを少々強い条件下で解決しました．ラグランジュ交叉のフレアーホモロジー論はその後，ミラー対称性を論じる深谷圏に関するFOOO（深谷賢治，Y.G. Oh，太田啓史，小野薫）の壮大な理論に発展しています．

幾何学的流，といえばポアンカレ予想・幾何化予想の解決に使われたリッチ流，体積を効率良く減らす平均曲率流が代表的なものです．石田政司氏による本稿では，ファノ多様体に対するKE計量の存在問題（佐野氏の稿参照）をリッチ流の観点から論ずるHamilton–Tian，Chen–Wangの研究が興味を引きます．代数幾何との関わりにおいては極小モデルプログラムとケーラー–リッチ流は相性がよいこと，Song–Tianによる高次元での極小モデルプログラムの提唱につながっていることなども述べられています．また平均曲率流と関係して，Thomas–Yau型予想とよばれる導来深谷圏の安定性条件の存在問題などが要領良くまとめられています．

測度距離空間，だいぶ馴染みの出てきた空間です．高津飛鳥氏はこの分野の最先端を国内外で体験し貢献している若手女性研究者です．本稿では多様体の崩壊理論において，すなわち曲率や次元